Universidad Tecnológica del Valle del Mezquital

Técnico Superior Universitario en Mecánica Área Industrial

TOPICOS DE MANUFACTURA

Manual de Asignatura

CUERPO COLEGIADO DE DIRECTORES Y PROFESORES

Junio 2017

INDICE

TOPICOS DE MECANICA

INTRODUCCION

La mecánica se puede definir como la ciencia que describe y predice las condiciones de reposo o movimiento de los cuerpos bajo la acción de fuerzas. La cual se divide en tres partes, tales son la mecánica de cuerpos rígidos, la mecánica de cuerpos de formables y la mecánica de fluidos.

La mecánica de cuerpos rígidos se divide en dos áreas: estática y dinámica, estas dos ciencias son las que hace mención, la cual son ciencias que en verdad son muy fascinante y que son de gran relevancia para distintas carreras pero por mi parte en la carrera de ingeniería. La estática trata sobre el equilibrio de los cuerpos, es decir, de los que se encuentran en estado de reposo (sin movimiento) o se mueven con una velocidad constante; en tanto que la dinámica se basa en el movimiento acelerado de los cuerpos. Aunque la estática puede considerarse como la parte de la dinámica en la que la aceleración sea cero, la estática merece tratarse aparte en los estudios de ingeniería, porque muchos objetos se diseñan con la intención de que permanezcan en equilibrio.

En esta parte del estudio de la mecánica se supone que los cuerpos son perfectamente rígidos. Sin embargo, las estructuras y las máquinas reales nunca lo son y se deforman bajo las cargas a las que están sometidas.

Estas de formaciones casi siempre son pequeñas y no afectan de una manera grande a las condiciones de equilibrio o de movimiento de la estructura en consideración. Pero son importantes cuando se tiene muy en cuenta la resistencia de la estructura a las fallas y se estudian en la mecánica de materiales, que es una parte de la mecánica de cuerpos de formables.

La parte de la mecánica que la de fluidos, se subdivide en el estudio de los fluidos incompresibles y el de los fluidos compresibles. Mencionando a la hidráulica que es una subdivisión importante en el estudio de los fluidos incompresibles y trata problemas referente a los líquidos.

La mecánica es una ciencia física ya que pues estudia fenómenos físicos. Sin embargo, muchas personas la asocian con las matemáticas, mientras que otras la denominan con un tema de ingeniería. Por lo tanto la mecánica es la base de la mayoría de las ciencias de la ingeniería y es importante estudiarlas, pero no tiene el carácter empírico propio de algunas ciencias de la ingeniería, es decir, no se basa sólo en la experiencia u observación si no por su rigor y la importancia que da al razonamiento deductivo se parece a las matemáticas.

Esto no lleva a saber que la mecánica no ciencia pura, si no es una ciencia aplicada. Su propósito es explicar y predecir los fenómenos físicos y poner las bases para aplicarlas en ingeniería.

I. ARMADURAS

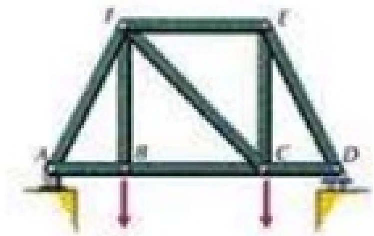
Las armaduras son estructuras compuestas por miembros de dos fuerzas.

Las armaduras constan de subelementos triangulares y están apoyadas de manera que se impida todo el movimiento. Los soportes de puentes son armaduras. Su estructura ligera puede soportar una fuerte carga con un peso estructural relativamente pequeño.

TIPOS DE ARMADURAS

Armaduras Planas

Están contenidas en un solo plano y todas las cargas. Las armaduras planas se utilizan a menudo por parejas para sostener puentes. Todos los miembros de la armadura ABCDF se encuentran en un mismo plano vertical. Las cargas sobre el piso del puente son transmitidas a los nudos ABCD por la estructura del piso



Armaduras especiales

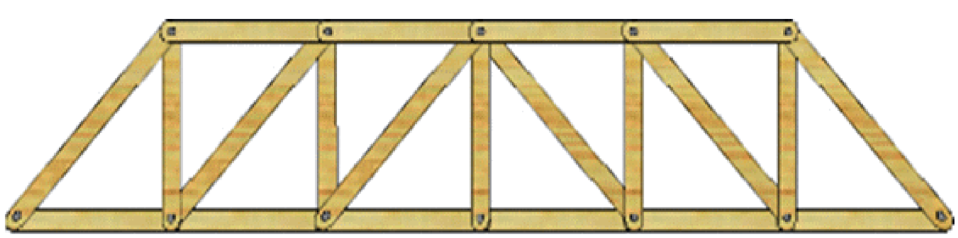
Son estructuras que no están contenidas en un solo plano y/o están cargadas fuera del plano de la estructura. Ejemplo de ella lo constituyen las armaduras que soportan grandes antenas y molinos de vientos.

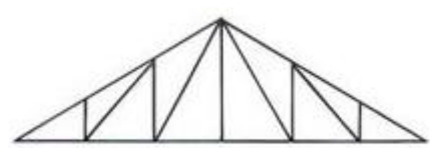
También hay distintos tipos de armaduras, las cuales son:

- Armadura Howe.

La armadura Howe, patentada en 1840 aunque ya había sido usada con anterioridad, se utilizó mucho en el diseño de armaduras de madera. Está compuesta por montantes verticales entre el cordón superior e inferior. Las diagonales se unen en sus extremos donde coincide un montante con el cordón superior o inferior. Con esa disposición se lograba que los elementos verticales, que eran metálicos y más cortos estuvieran tensionados, mientras que las diagonales más largas estaban comprimidas, lo cual era económico puesto que los elementos metálicos eran más caros y con la disposición Howe se minimizaba su longitud.

Las armaduras de dos aguas Howe son los tipos más comunes de armaduras de peralto medio, y tienen luces máximas de 27 ó 30 m.

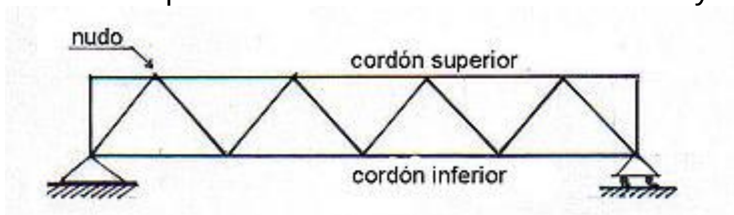




- Armaduras Warren.

Este tipo de armadura, en la forma utilizada para viguetas ligeras ligeras de alma abierta, se usa elementos de barras de acero redondas con múltiples dobleces. Para el caso de elemento principal de cubierta y entrepisos se utilizan perfiles clásicos I, C y hasta W. cuando se utiliza en gran escala, la Warren ofrece la ventaja de que proporciona un máximo de espacio abierto libre para la inclusión de los elementos de servicio del edificio que deben pasar a través de las armaduras (ductos, tuberías, etc.). El rasgo característico de este tipo de armadura es que forman una serie de triángulos isósceles (o euilateros), de manera que todas las diagonales tienen la misma longitud. Típicamente en una armadura de este tipo y con cargas aplicadas verticales en sus nudos superiores, las diagonales presentan alternativamente compresión y tensión.

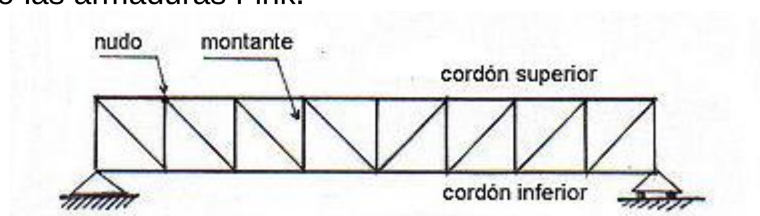
Se pueden usar armaduras Warren para cubrir luces de hasta 90 metros y más.



- Armaduras Prat Plana.

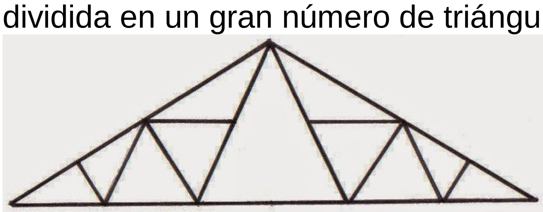
Representa la adaptación de las armaduras al uso más generalizado de un nuevo material de construción de la época: el acero. A diferencia de una armadura Howe, las barras están inclinadas en sentido contrario, de manera que las diagonales están sometidas a tensión, mientras que las barras verticales están comprimidas.

En esencia tiene una tipología y uso muy parecidos al Warren. Para la armadura de cuerdas paralelas, la Pratt ofrece ofrece la ventaja de tener los miembros más largos del alma a tracción y los miembros verticales más cortos a compresión (menos efecto de pandeo). Se usan en techos de luces moderadas entre 18 y 30 metros. Si se requiere de mayor luz serían más recomendables las armaduras de abanico o las armaduras Fink.



- Armaduras Fink.

Para techos de pendientes mayores (más de 15º) las armaduras Fink es muy usada, las Howe y Pratt también pueden usarse pero no son tan económicas, la armadura Fink ha sido utilizada para claros del orden de los 37 m. Un hecho que la hace más económica es que la mayoría de los miembros están en tensión, mientras que los sujetos a compresión son bastante cortos, además es importante saber que la triangulación de una armadura se proyecta tomando en cuenta el esparcimiento de los largueros, ya que usualmente es conveniente localizar los largueros sólo en los vértices de los triángulos, la triangulación principal puede subdividirse. La armadura Fink puede ser dividida en un gran número de triángulos y coincidir casi con cualquier esparcimiento de largueros.



- Armaduras tipo diente de sierra.

Estas armaduras pueden utilizarse cuando la separación entre colunas no es objetable y se desea una iluminación natural adecuada por medio de ventanales en construcciones anchas. Sus caras más inclinadas llevan los ventanales y están genralmente orietadas al norte para una iluminación difusa más pareja. Estructuralmente es una estructura aporticada muy eficiente y se usa mucho es fábricas textiles.

- Importancia de las armaduras en la ingeniería.

La importancia de las armaduras y sus tipos en el desarrollo y en las relaciones huanas con relación a la ingeniería civil ha sido elobjetivo principal del impulso para el conocimiento y mantención de todo tipo de estructuras y construcciones civiles. Un ejemplo de ello es la construcción de un puente; el propósito inicial de éste es superar un obstáculo para luego continuar el camino, sin embargo es necesario considerar aspectos de diseño, tales como obstáculos superados, vistas laterales, cantidad de vanos libres, área de soporte que constituye el material, y en esto se incluye la ayuda de la ingeniería mecánica ya que con esta se facilita el trabajo y no podría comenzar a realizar los trabajos en los que se necesite organismos mecánicos que hoy en día son muy utilizados en todo tipo de construcciones.

Estática de la partícula

La **Mecánica** es la rama de la Física que estudia el estado de reposo o movimiento de los cuerpos bajo la acción de las fuerzas. En los estudios de ingeniería y arquitectura no existe ninguna materia que juegue un papel más importante que la Mecánica. La Mecánica se divide en tres partes: la Estática, que trata del equilibrio de los cuerpos bajo la acción de fuerzas; la Cinemática, que estudia el movimiento de los cuerpos independientemente de las fuerzas que lo origine y, por último, la Dinámica, que relaciona las fuerzas con los movimientos resultantes.

Las fuerzas son las causantes de modificar la velocidad o la forma de los cuerpos, también son magnitudes vectoriales; esto es, tienen módulo, dirección y sentido. Sin embargo, con saber el módulo, dirección y sentido de una fuerza no habremos determinado dicha fuerza por completo, sino que necesitamos conocer, además, sobre qué cuerpo se aplica. Por tanto, cuando trabajemos con fuerzas aplicadas a puntos materiales, debemos conocer: módulo, dirección, sentido y cuerpo sobre el que se aplica la fuerza. Para determinar una fuerza, también será válido, por supuesto, conocer sus componentes cartesianas o polares y el cuerpo sobre el que se aplica.

La única fuerza a distancia que actuará sobre los cuerpos es su propio peso; por tanto, el resto de fuerzas serán de contacto. El peso P de un cuerpo de masa m es: $P = mg$, donde m es la masa del cuerpo y g es la aceleración de la gravedad $|g| = 9{,}81 m/s^2$, su dirección es vertical y su sentido hacia abajo. Cuando nos digan que un cuerpo tiene masa despreciable, quieren decir que consideremos su masa como nula; por tanto, su peso será igualmente nulo. En efecto, $P = mg = 0$, $g = 0$.

Recordemos las leyes más fundamentales de la mecánica, las leyes de Newton:

- Primera o de la inercia: Una partícula sobre la cual actúa un sistema de fuerzas cuya resultante sea nula, o permanece en reposo o se mueve a velocidad constante (movimiento rectilíneo uniforme).

- Segunda: La aceleración de una partícula es proporcional a la fuerza resultante que actúa sobre ella y tiene la dirección y sentido de dicha fuerza.

- Tercera o de acción-reacción: Cuando un cuerpo ejerce una fuerza, que llamaremos acción, sobre otro, éste a su vez, ejerce sobre el primero otra fuerza, que llamaremos reacción, de igual módulo, dirección, pero de sentido contrario

Por todo lo anterior, y según la primera ley de Newton: *Una partícula estará en equilibrio si y sólo si la resultante de las fuerzas que actúan sobre ella es nula.*

$$\boxed{Equilibrio\_partícula \Leftrightarrow \sum_{partícula} \vec{F} = \vec{0}}$$

En resumen:

- Las **fuerzas** son las causantes de modificar la velocidad o la forma de los cuerpos. Para determinar una fuerza aplicada a una partícula debemos conocer: módulo, dirección, sentido y cuerpo sobre el que se aplica; también vale: componentes cartesianas o polares y cuerpo sobre el que se aplica.

- **Estática** es la parte de la Física que estudia las condiciones para que un cuerpo permanezca en equilibrio. Decimos que un cuerpo está en equilibrio si permanece en reposo o posee un movimiento rectilíneo uniforme.

- **Condición** de equilibrio de una partícula. Una partícula está en equilibrio si y sólo si la resultante de las fuerzas aplicadas sobre ella es nula.

- **Todas** las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo serán de contacto salvo su propio peso. El peso de una partícula de masa m es: P = mg, donde g es $9{,}81 m/s^2$, vertical y hacia abajo.

- **Ley de acción y reacción**. Cuando un cuerpo ejerce una fuerza, llamada acción, sobre otro, éste a su vez, ejerce sobre el primero otra fuerza, llamada reacción, de igual módulo, dirección, pero de sentido contrario.

Aislamiento de un sistema mecánico

Llamamos sistema mecánico a un cuerpo o conjunto de cuerpos que puede aislarse de los demás cuerpos. Primero elegimos el sistema mecánico que queremos analizar; hecho esto, se aísla este sistema mecánico del resto de cuerpos que lo rodean. Este aislamiento se logra mediante el diagrama del sólido libre, que no es ni más ni menos que una representación esquemática del sistema mecánico aislado en el que figuren todas las fuerzas aplicadas en él debidas al resto de cuerpos que hemos suprimido. Recuerda que, salvo el peso de los cuerpos, todas las fuerzas aplicadas sobre un sistema mecánico se deben al contacto con otros cuerpos.

Para que un sistema mecánico esté en equilibrio se deberá cumplir que la resultante de las fuerzas aplicadas sobre él sea nula. Por tanto, por cada sistema mecánico que aislemos tendremos una ecuación vectorial que, por tratarse de problemas planos, serán dos ecuaciones escalares.

$$\sum_{sist.méc.} \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \left(\sum_{sist.méc.} \vec{F} \right)_x = 0 \_\_ y \_\_ \left(\sum_{sist.méc.} \vec{F} \right)_y = 0$$

Consideraremos los cables, correas, cuerdas, cadenas flexibles y poleas como ideales.

Ideas fundamentales del tema

- Partícula. Cuerpo con masa pero sin dimensiones. Cuando un cuerpo se considere como partícula, sus dimensiones no influirán en la resolución del problema. Todos los cuerpos de este tema se consideran partículas.
- Estática es la parte de la Física que estudia las condiciones para que un cuerpo permanezca en equilibrio. Decimos que un cuerpo está en equilibrio si permanece en reposo o posee un movimiento rectilíneo uniforme.
- Fuerzas (F). Magnitudes vectoriales; se miden en Newtons (N) o kilopondios (kp). 1 kp = 9,81 N. Son las causantes de modificar la velocidad o la forma de los cuerpos. Para determinar una fuerza aplicada a una partícula debemos conocer: módulo, dirección, sentido y cuerpo sobre el que se aplica; también vale: componentes cartesianas o polares y cuerpo sobre el que se aplica.
- Salvo el peso, el resto de fuerzas serán de contacto. El peso (P) de un cuerpo está aplicado sobre dicho cuerpo y es igual al producto de su masa por la aceleración de la gravedad (g): $|g|=9{,}8\ m/s^2$, dirección vertical, sentido hacia abajo.
- Principio de acción-reacción. A toda fuerza (acción), de un cuerpo sobre otro, le corresponde otra fuerza (reacción), del otro sobre el uno, de igual módulo y dirección pero de sentido contrario.
- Equilibrio. Una partícula está en equilibrio cuando no se mueve o se mueve de forma recta y uniforme. La condición de equilibrio de una partícula es que la resultante de las fuerzas aplicadas sobre dicha partícula sea nula.
- Aislar un cuerpo. Para hallar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo tenemos que aislar el cuerpo y representar dichas fuerzas. La primera fuerza que ponemos es el peso del cuerpo (fuerza a distancia). Después habrá que poner una fuerza por cada cuerpo que esté en contacto con nuestro cuerpo (fuerzas de contacto).
- Cables y poleas. Se considerarán ideales: masa despreciable y ausencia de rozamientos. Por tanto, un cable, pase o no por poleas, que sólo esté cargado en sus extremos tiene el mismo módulo de tensión en dichos extremos; la dirección será tangencial al cable y el sentido hacia afuera (tracción).
- Superficies de contacto. Cuando dos cuerpos están en contacto, cada uno ejerce sobre el otro una fuerza (normal) que impide que dichos cuerpos penetren entre sí. Por tanto, dicha normal es perpendicular a la superficie de contacto. En este tema las superficies de los cuerpos se considerarán perfectamente lisas: ausencia de rozamientos entre superficies.
- Inmersión en líquidos. Un cuerpo sumergido en un líquido experimenta una fuerza (empuje) vertical y hacia arriba de módulo igual al módulo del peso del líquido desalojado.

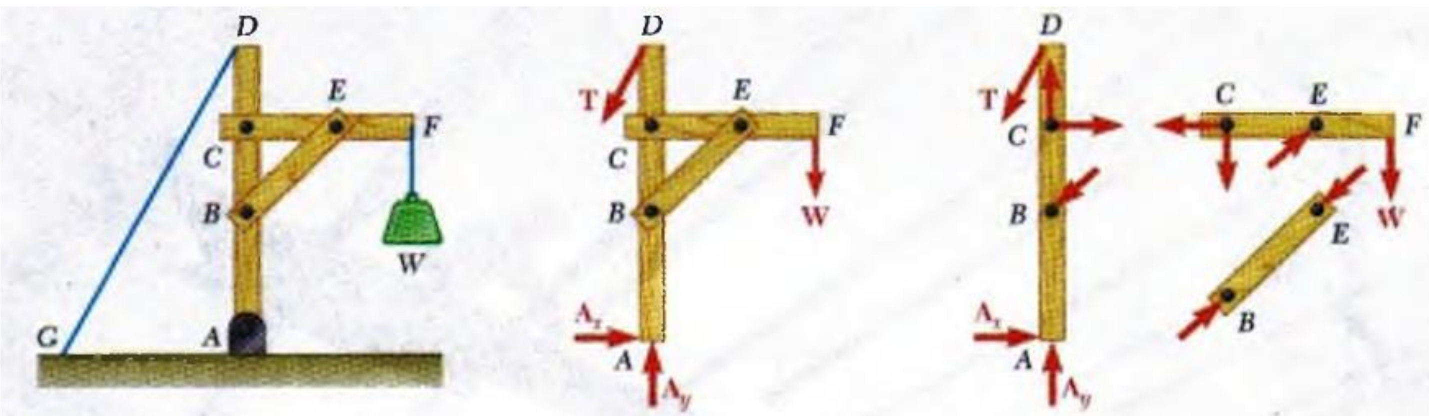
METODOS DE SOLUCION

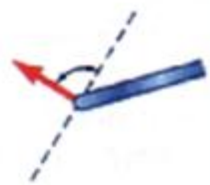
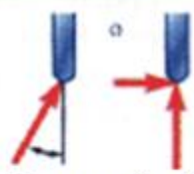
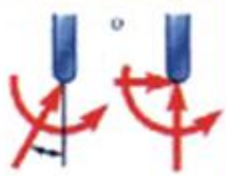
Sistemas en equilibrio

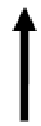
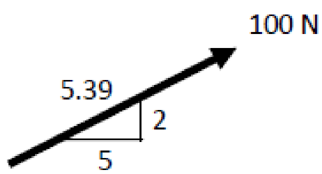
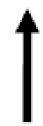
Una de las aplicaciones importantes de los vectores es encontrar la fuerza que tendrá que soportar un miembro cuando este soportando una carga.

Los sistemas en equilibrio son un conjunto de miembros que ejercen fuerza, pero la estructura permanece en equilibrio (reposo). Con ayuda de la primera ley de Newton (ecuaciones de equilibrio) y la suma (algebraica y vectorial) de los vectores, podremos resolver ejercicio de sistemas en equilibrio.

Antes de continuar con los ejercicios, explicare las formas alternas de poder descomponer un vector (componentes “X” y “Y”).



Apoyo o enlace	Reacción	No. de incógnitas
 Rodillos; Balancín; Superficie lisa	 Fuerza con recta soporte conocida	1
 Cable; Bicla	 Fuerza con recta soporte conocida	1
 Corredera o cursor; Pasador en ranura lisa	 Fuerza con recta soporte conocida	1
 Articulación; Superficie rugosa	 Fuerza con dirección desconocida	2
 Empotramiento	 Fuerza y par	3

Vector	Componente Fx	Componente Fy
	Fx=90.63 N  Fx = 100 Cos (25)	Fy=42.26 N  Fy = 100 Sen (25)
 Primero se obtiene la hipotenusa del triangulo equivalente.	 $Fx = 100 * \frac{5}{5.39} = 92.76\ N$	 $Fy = 100 * \frac{2}{5.39} = 37.11\ N$

Método de los nudos

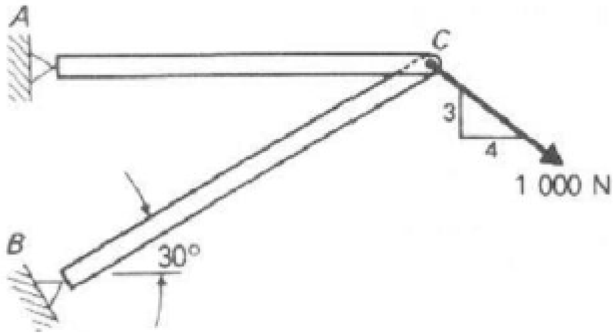
Se denomina estructura a cualquier sistema de cuerpos unidos entre sí que sea capaz de ejercer, soportar o transmitir esfuerzos. Las estructuras están formadas por partes interconectadas entre sí llamadas barras, las cuales se diseñan determinando la fuerza y los pares o momentos que actúan sobre ellas. Las barras están unidas en sus extremos por articulaciones o nudos.

Procedimiento del análisis

1. Traza el diagrama de cuerpo libre de un nudo que tenga por lo menos una fuerza conocida y cuando mucho dos fuerzas desconocidas.
2. Usa cualquier método para establecer el sentido de una fuerza desconocida.
3. Orienta los ejes x y y de manera que las fuerzas en el diagrama de cuerpo libre puedan ser resueltas fácilmente en sus componentes x y y, después aplica las dos ecuaciones de equilibrio de fuerzas. Obtén las dos fuerzas de miembro desconocidas y verifica el sentido correcto.
4. Continúa con el análisis de cada uno de los demás nudos, que tenga cuando menos dos incógnitas y por lo menos una fuerza conocida.
5. Una vez que encuentras la fuerza en un miembro a partir del análisis de un nudo en uno de sus extremos, el resultado puedes usarlo para analizar las fuerzas que actúan en el nudo en su otro extremo

EJERCICIOS RESUELTOS

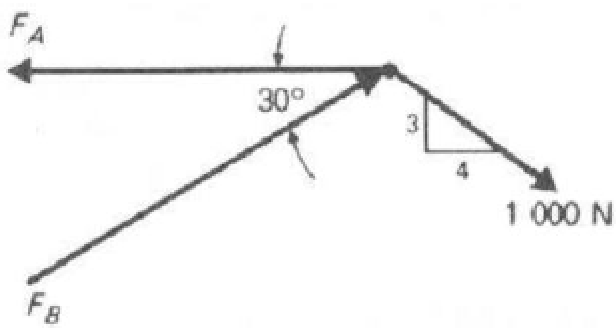
1. Determinar la fuerza en los miembros AC y BC que deben ejercer para que el sistema se mantenga en equilibrio (reposo) cuando se le aplica la fuerza de 1000N. Observe la figura siguiente.



El primer paso es establecer el diagrama de cuerpo libre (DCL) de la estructura. Pero antes, debemos comprender como se comparta el sistema para poder dar la dirección a los vectores fuerza.

Cuando la fuerza de 1000 N se aplica, el miembro AC es tensionado (jalado) hacia la derecha). Por lo tanto, las fibras internas de miembro AC deben oponerse con la misma magnitud pero son sentido contrario (tercera ley de Newton), en otras palabras el vector AC debe ser con sentido hacia la izquierda.

Ahora bien, el miembro BC es comprimido cuando se aplica la fuerza de 1000 N, por lo que sus fibras internas deben oponerse a la compresión. Por lo tanto, el vector BC se establece con dirección hacia el punto C. El DCL queda de la siguiente forma:



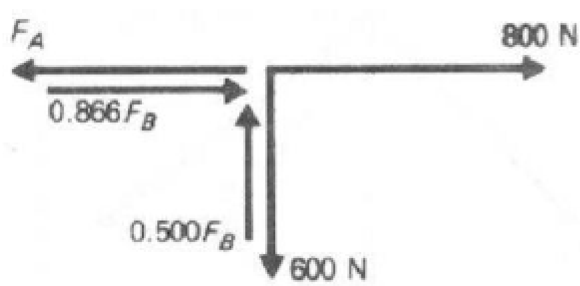
El siguiente paso es colocar todas las fuerzas en los ejes “X” y “Y”, para que puedan ser sumadas algebraicamente. Descomponiendo las fuerzas tenemos:

$$F_{Bx} = F_B \cos(210) = -0.866\, F_B$$

$$F_{By} = F_B \sin(210) = -0.5\, F_B$$

$$F_{1000\,x} = 1000 * \frac{4}{5} = 800\, N$$

$$F_{1000\,y} = 1000 * \frac{3}{5} = 600\, N$$



Una vez descompuestas las fuerzas, se establecen las ecuaciones de equilibrio (primera ley de Newton):

$$\sum F_X = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_0 = 0$$

Como todas las fuerzas del sistema parten del mismo punto de origen, se omite la sumatoria de momento (distancia es igual a cero).

¿Con cuál ecuación debemos comenzar?

Observemos cuantas fuerzas en “X” tenemos, **tres,** de las tres que tenemos ¿Cuántas no conocemos?, **dos,** por lo tanto aun no puedo utilizar la ΣFx.

¿Cuántas fuerza hay en “Y”?, **dos,** de esas dos cuantas no conocemos, **una,** por lo tanto podemos buscar la otra. Utilizamos primero la Σy:

$$\sum F_y = 0$$

$$+0.5\, F_B - 600 = 0$$

$$\boldsymbol{F_B = \frac{+600}{+0.5} = 1200\ N}$$

Una vez encontrado el valor de FB solo tenemos una incógnita en el eje “X” por lo que ahora utilizamos la ΣFx.

$$\sum F_x = 0$$

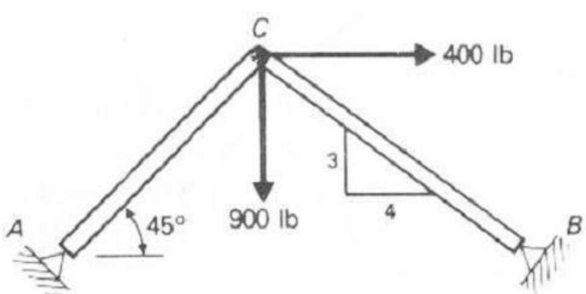
$$-F_A + 0.866\, F_B + 800 = 0$$

$$-F_A + 0.866\,(1200) + 800 = 0$$

$$-F_A + 1039.2 + 800 = 0$$

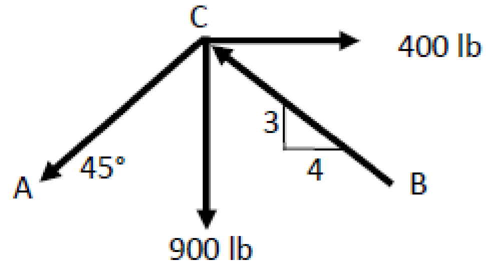
$$\boldsymbol{F_A = 1839.2\ N}$$

2. Determinar de fuerza de reacción de los miembros AC y BC para mantener en equilibrio (reposo) la estructura mostrada.



Estableciendo el DCL, teniendo cuidado con el sentido de los vectores de los miembros AC y BC.

Si somos observadores, cuando las fuerzas de 400 N y 900 N se aplican al sistema, la barra AC es tensionada hacia la derecha (hacia C). Por lo tanto, la barra AC debe ejercer una fuerza de reacción que se oponga a dicho movimiento. El sentido de la barra AC será en dirección hacia A. La barra BC es comprimida cuando las fuerzas se aplican, por lo que la barra BC debe oponerse a dicha fuerza de compresión. La dirección de la fuerza de la barra BC es hacia el punto C.



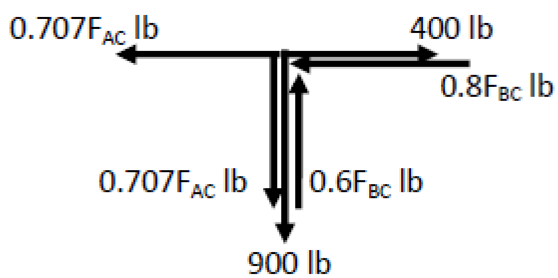
Descomponiendo las fuerzas para dejarlas n los ejes "X" y "Y", tenemos:

$$F_{ACx} = F_{AC} * \cos(225) = -0.707F_{AC}$$

$$F_{ACy} = F_{AC} * \mathrm{sen}(225) = -0.707F_{AC}$$

$$F_{BCx} = F_{BC} * \frac{4}{5} = 0.8\ F_{BC}$$

$$F_{BCy} = F_{BC} * \frac{3}{5} = 0.6\ F_{BC}$$



Observar que tanto en las fuerzas en "X" y en "Y" se tienen dos incógnitas, entonces ¿Cómo resolver este ejercicio? Con apoyo de las ecuaciones simultaneas.

Utilizando la ΣFx, tenemos:

$$\sum F_X = 0$$

$$400 - 0.707F_{AC} - 0.8F_{BC} = 0$$

$$-0.707F_{AC} - 0.8F_{BC} = -400 \quad Ecuación\ 1.$$

Utilizando la ΣFy, tenemos:

$$\sum F_y = 0$$

$$-900 - 0.707F_{AC} + 0.6F_{BC} = 0$$

$$-0.707F_{AC} + 0.6F_{BC} = 900 \quad Ecuación\ 2.$$

Utilizando el método de suma y resta para la solución de las ecuaciones simultaneas, tenemos:

$$-0.707F_{AC} - 0.8F_{BC} = -400$$

$$-1 * (-0.707F_{AC} + 0.6F_{BC} = 900)$$

Multiplicando por -1 la ecuación 2 para poder eliminar las FAC, tenemos:

$$-0.707F_{AC} - 0.8F_{BC} = -400$$

$$+0.707F_{AC} - 0.6F_{BC} = -900)$$

Realizando la suma y resta tenemos:

$$-1.4F_{BC} = -1300)$$

$$\boldsymbol{F_{BC}} = \frac{-1300}{-1.4} = \mathbf{928.57}\ \boldsymbol{lb}$$

Sustituyendo FBC en cualquiera de las dos ecuaciones, tenemos:

$$-0.707F_{AC} - 0.8F_{BC} = -400 \quad Ecuación\ 1$$

$$-0.707F_{AC} - 0.8(928.57) = -400$$

$$-0.707F_{AC} - 742.856 = -400$$

$$F_{AC} = \frac{-400 + 742.856}{-0.707} = -484.94\ lb$$

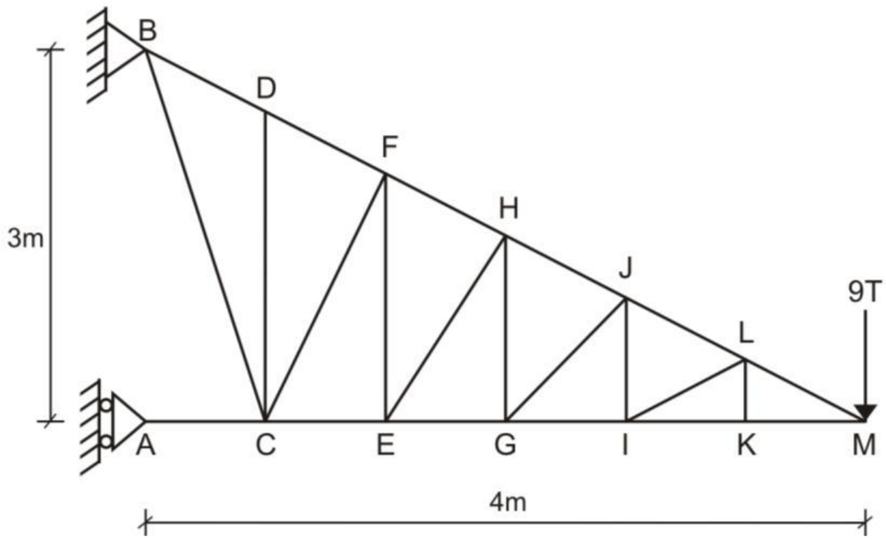
Observar que FAC se obtiene con un signo negativo (-), lo que significa que el sentido del vector fuerza FAC se tomó en sentido contrario. No hay que preocuparnos o pensar que todo el procedimiento está mal, solo basta quitar el signo (-) y colocar el vector fuerza 180° de cómo originalmente se estableció.

$$\boldsymbol{F_{AC}} = \frac{-400 + 742.856}{-0.707} = \mathbf{484.94}\ \boldsymbol{lb}$$

¿Qué significan los resultados obtenidos? Significa que el miembro AC debe ser capaz de soportar una fuerza de 484.94 lb y el miembro BC 928.57 lb, de lo contrario el sistema no estará en equilibrio (reposo).

4. Para la siguiente armadura:

a) Calcular las reacciones en los apoyos
b) Indicar que barras no trabajan
c) Determinar las fuerzas axiales en las barras restantes



Solución:

a) Calculamos las reacciones en los apoyos:

$$\sum M_B = 0 \quad \Rightarrow \quad H_A.(3) - 9.(4) = 0 \quad \therefore \quad H_A = 12T \rightarrow$$

$$\sum F_X = 0 \quad \Rightarrow \quad -H_B + 12 = 0 \quad \therefore \quad H_B = 12T \leftarrow$$

$$\sum F_Y = 0 \quad \Rightarrow \quad V_B - 9 = 0 \quad \therefore \quad V_B = 9T \uparrow$$

b) Sabemos que una barra no trabaja, si su fuerza interna es cero, también conocida como barra nula, existiendo 3 principios de determinación visual de tal tipo de barras, los cuales son:

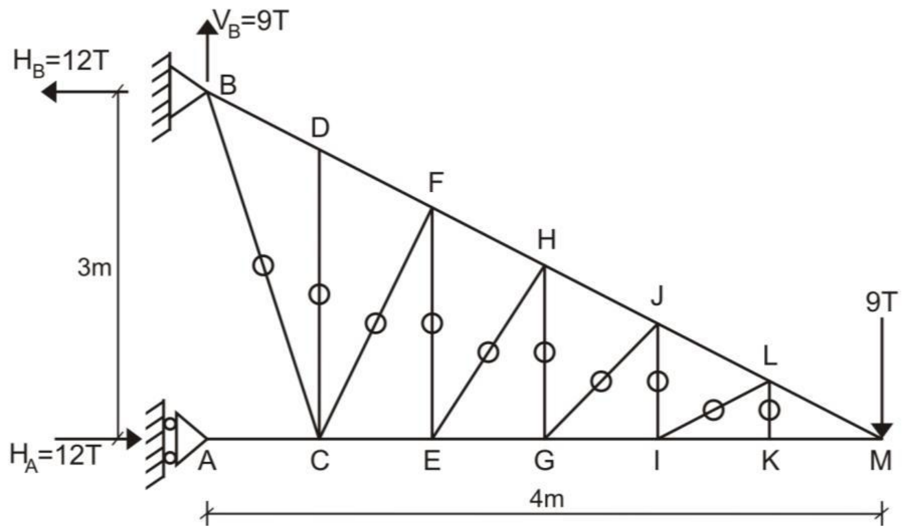
1. Si en un nudo convergen dos barras y el nudo no está cargado, entonces ambas barras son nulas.

2. Si en un nudo convergen dos barras y el nudo está cargado con una fuerza en la dirección de una de las barras, entonces la otra barra será nula.

3. Si en un nudo convergen tres barras, donde dos de las barras se encuentran sobre una misma línea y la tercera en una dirección arbitraria, además el nudo no está cargado, entonces la barra que tiene dirección arbitraria es nula.

Basado en estos principios, analizamos la armadura de la figura 4.1, para ello iniciamos con el nudo K y vemos que la barra KL es nula por el 3er principio anteriormente descrito, luego, pasamos al nudo L y observamos que la barra LI es nula por el mismo principio. Continuamos analizando el nudo I, determinando que la barra IJ es nula y así, sucesivamente, se cumplirá con este mismo principio al analizar los nudos J, G, H, E, F, D y C.

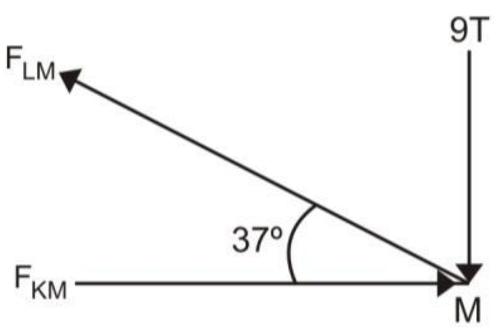
Las reacciones en los apoyos y las barras nulas se muestran en la figura 4.2, esquematizándolas las barras nulas con un círculo.



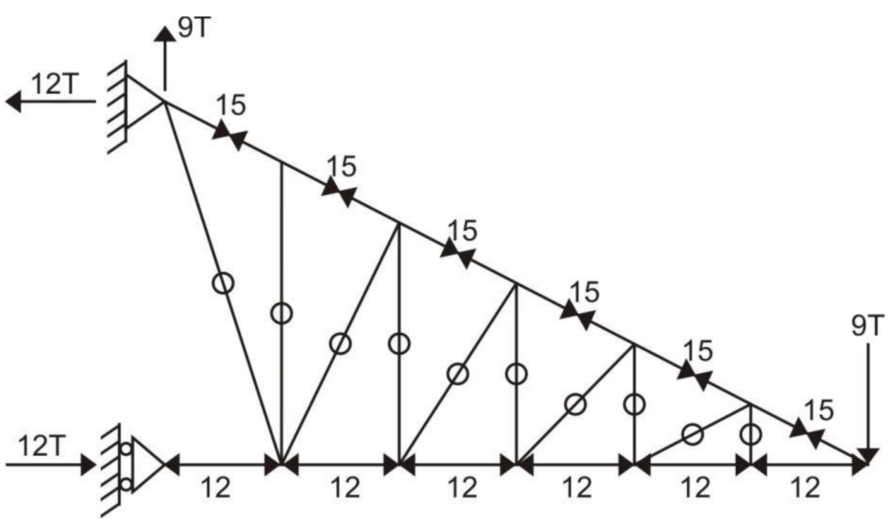
c) Para calcular las fuerzas internas en el resto de barras, aplicamos el método de los nudos, analizando el equilibrio en el nudo M

$$\sum F_Y = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{LM} \text{sen} 37° - 9 = 0 \quad \therefore \quad F_{LM} = 15T \ \text{(TRACCION)}$$

$$\sum F_X = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{KM} - 15\cos 37° = 0 \quad \therefore \quad F_{KM} = 12T \ \text{(COMPRESION)}$$



El resto de barras tienen las mismas fuerzas internas, tal como se muestra en la figura 4.4



Método de las secciones

El método de las secciones se usa para determinar las cargas que actúan dentro de un cuerpo. Este método se basa en el principio de que si un cuerpo está en equilibrio, entonces cualquier parte del cuerpo está también en equilibrio.

El método de las secciones puede usarse también para "cortar" o seccionar los miembros de toda una armadura. Si la sección pasa por la armadura y se traza el diagrama de cuerpo libre de cualquiera de sus dos partes, entonces puedes aplicar las ecuaciones de equilibrio o esa parte para determinar las fuerzas del miembro en la "sección cortada". Como sólo tres ecuaciones independientes de equilibrio (ΣFX = 0, ΣFY = 0, ΣM = 0) pueden ser aplicadas a la parte aislada de la armadura, trata de seleccionar una sección que, en general, pase por no más de tres miembros en que las fuerzas sean desconcentradas.

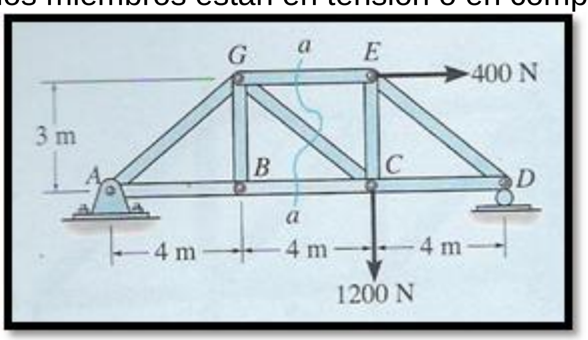
Aplicación del método de secciones

Ecuaciones de equilibrio

1. Los momentos deben sumarse con respecto a un punto que se encuentre en la intersección de las líneas de acción de dos fuerzas desconocidas y las fuerzas internas serán determinadas directamente a partir de la ecuación de momento.
2. Si dos de las fuerzas desconocidas son paralelas, las otras fuerzas pueden ir sumadas perpendicularmente a la dirección de esas incógnitas para determinar directamente la tercera fuerza desconocida.

Ejemplos:

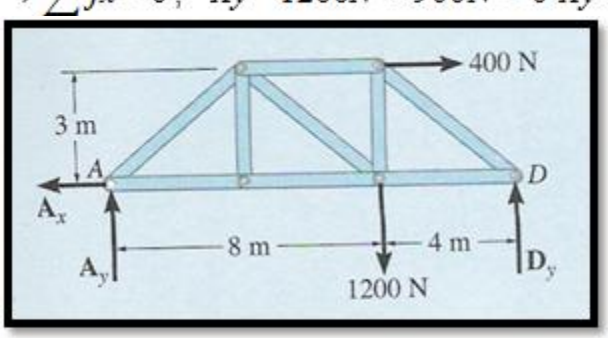
1. Determina la fuerza en los miembros **GE**, **GC**, y **BC** de la armadura mostrada en la figura. Indica si los miembros están en tensión o en compresión.

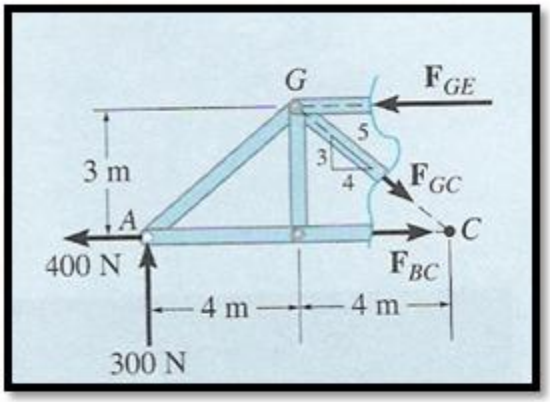


$$\rightarrow \sum fx = 0 \quad 400N - Ax - 0 \;\; Ax = 400N$$

$$\sum MA = 0; \quad -1200N(8m) - 400N(3m) + Dy(12m) = 0 \;\; Dy = 900N$$

$$\rightarrow \sum fx = 0; \quad Ay - 1200N + 900N = 0 \;\; Ay = 300N$$





Sumando momentos con respecto al punto **G** se eliminan **FGE** y **FGC** y se obtiene una solución directa para **FBC**.

$$\sum Mg = 0 \; -300N(4m) - 400N(3m) + F_{BC}(3m) = 0$$
$$F_{BC} = 800N(T)$$

De la misma manera, sumando momentos con respecto al punto **C** obtienes una solución directa para **FGE**.

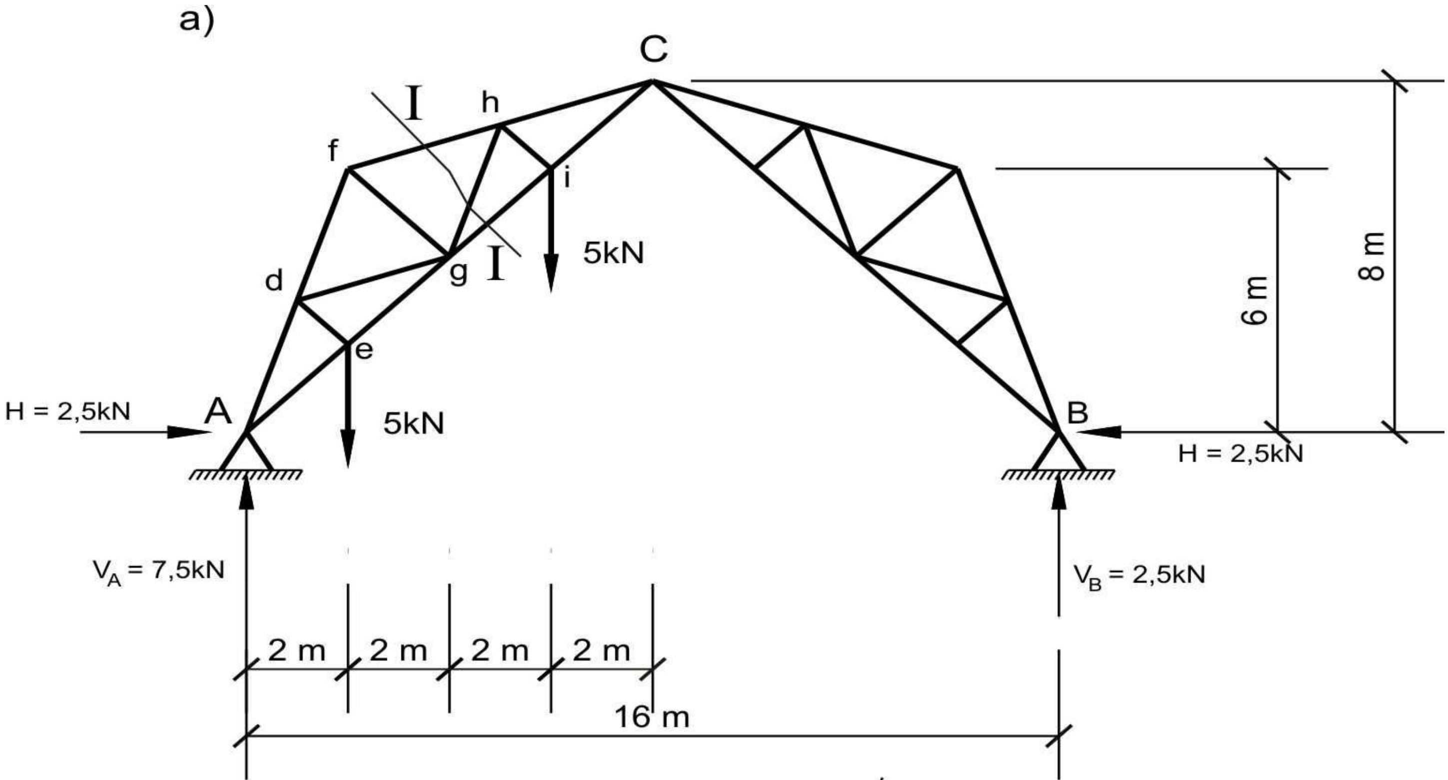
$$\sum Mc = 0 \; -300N(8m) + F_{GE}(3m) = 0$$
$$F_{GE} = 800N(C)$$

Como **FBC** y **FGE** no tienen componentes verticales, sumando fuerzas en la dirección y obtienes directamente **FGC** esto es,

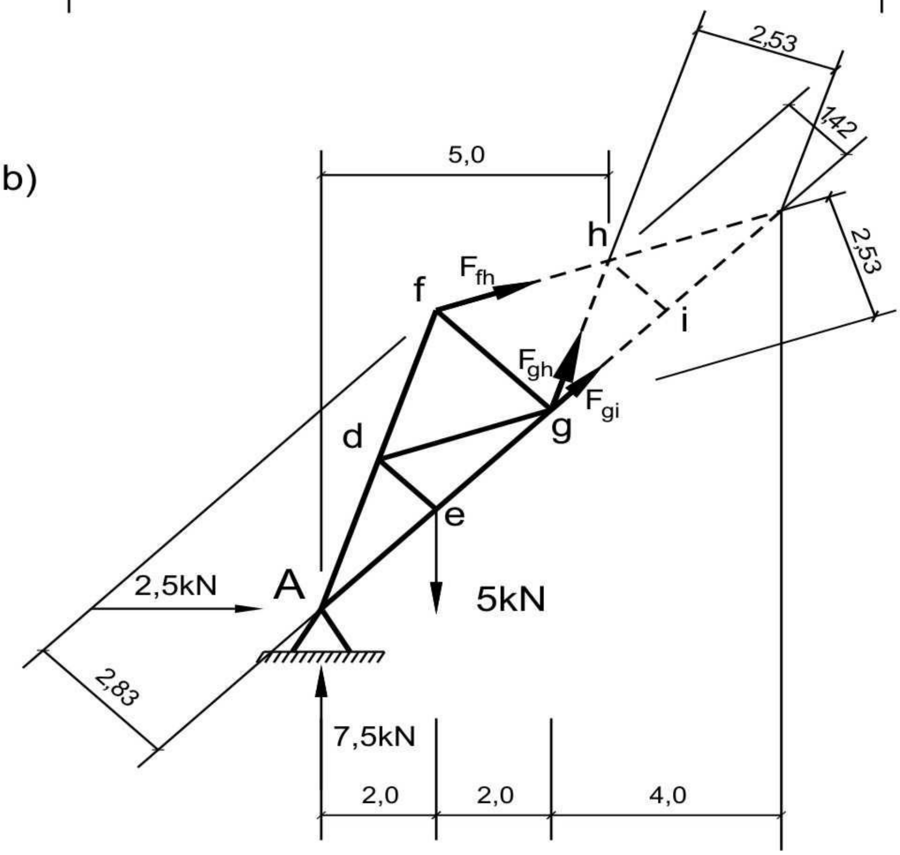
$$\uparrow \sum Fy = 0 \; 300N - 3/5F_{GC} = 0$$
$$FGC = 500N(T)$$

2. Determinar en forma analítica las fuerzas internas en las barras fh, gh, gi de la armadura triarticulada mostrada en la figura 2.7, a.

a)


C
I
h
f
i
I
5kN
d
g
e
8 m
6 m
H = 2,5kN
A
5kN
B
H = 2,5kN
V_A = 7,5kN
V_B = 2,5kN
2 m
2 m
2 m
2 m
16 m

b)


2,53
1,42
5,0
h
2,53
F_{fh}
f
i
F_{gh}
F_{gi}
d
g
e
2,5kN
A
5kN
2,83
7,5kN
2,0
2,0
4,0

Calculamos las reacciones a partir del sistema de ecuaciones:

$$\sum M_A = 0; \qquad V_B.16 - 5.2 - 5.6 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad V_B = 2{,}5kN \uparrow$$

$$\sum M_C^{der} = 0; \qquad 2{,}5.8 - H_B.8 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad H_B = 2{,}5kN \leftarrow$$

$$\sum F_X = 0 \ ; \qquad H_A - 2{,}5 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad H_A = 2{,}5kN \rightarrow$$

$$\sum F_Y = 0; \qquad V_A + 2{,}5 - 5 - 5 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad V_A = 7{,}5kN \uparrow$$

Para determinar las fuerzas internas en las barras marcadas, cortamos la armadura en la sección I - I y analizamos la parte izquierda de la misma (figura 2.7, b), considerando que las fuerzas internas son de tracción.

Ahora calculamos la fuerza gi F a través de la ecuación de momentos respecto al punto h, que concuerda con el centro del nudo:

$$\sum M_h^{izq} = 0; \qquad 7{,}5.5 - 2{,}5.7 - 5.3 - F_{gi}.1{,}42 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad F_{gi} = 3{,}52kN$$

Ahora analizamos las ecuaciones de los momentos respecto a la rótula en C, determinando la fuerza F_{gh}:

$$\sum M_C^{izq} = 0; \qquad 7{,}5.8 - 2{,}5.8 - 5.6 + F_{gh}.2{,}53 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad F_{gh} = -3{,}95kN$$

Para determinar la fuerza F_{fh} realizamos la sumatoria de momentos respecto al punto *g*:

$$\sum M_g^{izq} = 0; \qquad 7{,}5.4 - 2{,}5.4 - 5.2 + F_{fh}.2{,}53 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad F_{fh} = 3{,}95kN$$

II. CINEMATICA DEL CUERPO RIGIDO

Dinámica es una palabra que reconoce su origen en el término griego “dynamos” cuyo significado es el de potencia o fuerza. Se aplica a todo aquello que es ágil y movedizo.

La dinámica para su estudio se divide en cinemática y cinética

La cinemática estudia la geometría del movimiento relacionado con los conceptos de posición velocidad, aceleración y tiempo sin importarle lo que origino al movimiento.

La cinética estudia las causas que originan al movimiento a través de la relación entre las fuerzas, las masas y el movimiento mismo.

Los objetos que se analizan en la dinámica se clasifican como partículas y cuerpos rígidos.

Cuando se estudia el movimiento de los cuerpos, **se entiende por partícula a un cuerpo cuyas dimensiones son muy pequeñas en comparación con el resto de dimensiones que participan en el fenómeno bajo estudio**. Por **ejemplo**, se pueden considerar como partículas:

- Un avión que viaja de Nueva York a París.
- Un automóvil que viaja de Lisboa a Moscú.

- Una pelota de tenis que cae desde el último piso de un rascacielos.
- Un satélite de unos cuantos metros que órbita la Tierra.

En estos casos se considera que la masa se concentra en el centro de masas del objeto, dicha abstracción permite considerar al objeto como un punto, y así facilitar su estudio. También se le conoce como **partícula puntual** o **masa puntual**.

Un **cuerpo rígido** se define como aquel que no sufre deformaciones por efecto de fuerzas externas, es decir un sistema de partículas cuyas posiciones relativas no cambian. Un cuerpo rígido es una idealización, que se emplea para efectos de estudios de Cinemática, ya que esta rama de la Mecánica, únicamente estudia los objetos y no las fuerzas exteriores que actúan sobre de ellos.

El movimiento de cuerpo rígido, se analizará considerando que la tierra se encuentra en reposo total, es decir no tiene movimiento de rotación ni de traslación

PRINCIPIO DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA PARA PARTÍCULAS

Movimiento rectilíneo de un cuerpo

Cuando la trayectoria que describe un cuerpo en movimiento es una línea recta, es decir, que la dirección no cambia, se dice que el movimiento es ***rectilíneo***, por el contrario si la dirección cambiará en la misma proporción en cada instante del movimiento, se describirá una curva que no tendrá fin, mientras no se detenga el objeto, ya que éste llegará al punto de partida y continuará recorriendo por los puntos que ya ocupo antes. A este movimiento se le llama movimiento circular el cual se verá más adelante.

Si un cuerpo con movimiento rectilíneo recorre distancias iguales por cada unidad de tiempo que transcurre se dice que el movimiento es uniforme, por lo tanto, el nombre correcto es ***movimiento rectilíneo uniforme***.

Para predecir las condiciones del movimiento rectilíneo uniforme es utilizada la razón:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Dónde:

v = Velocidad promedio expresada en m/s para el SI
Δx = Diferencial de posición expresada en unidades de longitud ***m*** para el SI
Δt = Diferencial de tiempo expresado en segundos.

En el campo real difícilmente se tienen velocidades exactas y uniformes por lo que la mayoría de las veces esta fórmula se refiere más bien a velocidades promedio y en algunos casos, en las industrias, se hace referencia en lugar de distancias recorridas, a productos terminados en la unidad de tiempo. A esto se le conoce como ritmo de trabajo o cantidades producidas en la unidad de tiempo, por lo que a la rapidez de producción también es llama velocidad, y a la velocidad algunos autores la describen como rapidez.

El término empleado en la fórmula para determinar la diferencia de posición involucra una distancia inicial y una distancia final o simplemente una distancia recorrida, pero para fines de estudio se toma como una diferencial, lo mismo ocurre con el tiempo, por lo que la velocidad en términos matemáticos es expresada como “la derivada de la posición con respecto al tiempo”.

De la fórmula de velocidad es posible calcular, la distancia recorrida por un móvil cuando es conocida su velocidad y el tiempo. También es posible conocer el tiempo necesario para recorrer una distancia determinada si es conocida la velocidad.

La velocidad instantánea v de la partícula en el instante t se obtiene de la velocidad promedio al elegir intervalos Δt y desplazamientos Δx cada vez más cortos:

$$\text{Velocidad instantánea} = v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

La velocidad instantánea se expresa también en m/s o ft/s. Observando que el límite del cociente es igual, por definición, a la derivada de x con respecto a t, se escribe

$$v = \frac{dx}{dt}$$

La aceleración promedio de la partícula sobre el intervalo de tiempo Δt se refiere como el cociente de Δv y Δt:

$$\text{Aceleración promedio} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La aceleración instantánea a de la partícula en el instante t se obtiene de la aceleración promedio al escoger valores de Δt y Δv cada vez más pequeños:

$$\text{Aceleración instantánea} = a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La aceleración instantánea se expresa también en m/s^2 o ft/s^2. El límite del cociente, el cual es por definición la derivada de v con respecto a t, mide la razón de cambio de la velocidad. Se escribe

$$a = \frac{dv}{dt} \qquad a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

EJERCICOS PROPUESTOS

1. En el baseball la distancia que hay desde el montículo hasta el home es de 63.63 ft aproximadamente. Si los aparatos que miden la velocidad del lanzador indican que se han alcanzado 90 millas/hr. Calcule el tiempo que tarda la pelota en llegar desde que la suelta el lanzador hasta que llega al receptor. Para mayor comodidad exprese el tiempo en segundos.

11.1 El movimiento de una partícula está definido por la relación $x = 1.5t^4 - 30t^2 + 5t + 10$, donde x y t se expresan en metros y segundos, respectivamente. Determine la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula cuando $t = 4$ s.

11.2 El movimiento de una partícula está definido por la relación $x = 12t^3 - 18t^2 + 2t + 5$, donde x y t se expresan en metros y segundos, respectivamente. Determine la posición y la velocidad cuando la aceleración de la partícula es igual a cero.

11.3 El movimiento de una partícula está definido por la relación $x = \frac{5}{3}t^3 - \frac{5}{2}t^2 - 30t + 8x$, donde x y t se expresan en pies y segundos, respectivamente. Determine el tiempo, la posición y la aceleración cuando $v = 0$.

11.4 El movimiento de una partícula está definido por la relación $x = 6t^2 - 8 + 40 \cos \pi t$, donde x y t se expresan en pulgadas y segundos, respectivamente. Determine la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula cuando $t = 6$ s.

11.5 El movimiento de una partícula está definido por la relación $x = 6t^4 - 2t^3 - 12t^2 + 3t + 3$, donde x y t se expresan en metros y segundos, respectivamente. Determine el tiempo, la posición y la velocidad cuando $a = 0$.

11.6 El movimiento de una partícula está definido por la relación $x = 2t^3 - 15t^2 + 24t + 4$, donde x se expresa en metros y t en segundos. Determine *a*) cuándo la velocidad es cero, *b*) la posición y la distancia total viajada hasta ese momento cuando la aceleración es cero.

11.7 El movimiento de una partícula está definido por la relación $x = t^3 - 6t^2 - 36t - 40$, donde x y t se expresan en pies y segundos, respectivamente. Determine *a*) cuándo la velocidad es cero, *b*) la velocidad, la aceleración y la distancia total viajada cuando $x = 0$.

11.8 El movimiento de una partícula está definido por la relación $x = t^3 - 9t^2 + 24t - 8$, donde x y t se expresan en pulgadas y segundos, respectivamente. Determine *a*) cuándo la velocidad es cero, *b*) la posición y la distancia total recorrida cuando la aceleración es cero.

11.20 Con base en observaciones experimentales, la aceleración de una partícula está definida por la relación $a = -(0.1 + \text{sen } x/b)$, donde a y x se expresan en m/s^2 y metros, respectivamente. Si se sabe que $b = 0.8$ m y que $v = 1$ m/s cuando $x = 0$, determine *a*) la velocidad de la partícula cuando $x = -1$ m, *b*) la posición de la partícula en la que su velocidad es máxima, *c*) la velocidad máxima.

11.21 A partir de $x = 0$, sin velocidad inicial, la aceleración de una partícula está definida por la relación $a = 0.8\sqrt{v^2 + 49}$, donde a y v se expresan en m/s^2 y m/s, respectivamente. Determine *a*) la posición de la partícula cuando $v = 24$ m/s, *b*) la rapidez de la partícula cuando $x = 40$ m.

11.22 La aceleración de una partícula está definida por la relación $a = -k\sqrt{v}$, donde k es una constante. Si se sabe que en $t = 0$, $x = 0$ y $v = 81$ m/s y que $v = 36$ m/s cuando $x = 18$ m, determine *a*) la velocidad de la partícula cuando $x = 20$ m, *b*) el tiempo requerido para que la partícula quede en reposo.

11.23 La aceleración de una partícula se define mediante la relación $a = -0.8v$, donde a se expresa en in./s^2 y v en in./s. Si se sabe que cuando $t = 0$ la velocidad es de 40 in./s, determine *a*) la distancia que recorrerá la partícula antes de quedar en reposo, *b*) el tiempo requerido para que la partícula quede en reposo, *c*) el tiempo requerido para que la velocidad de la partícula se reduzca a 50 por ciento de su valor inicial.

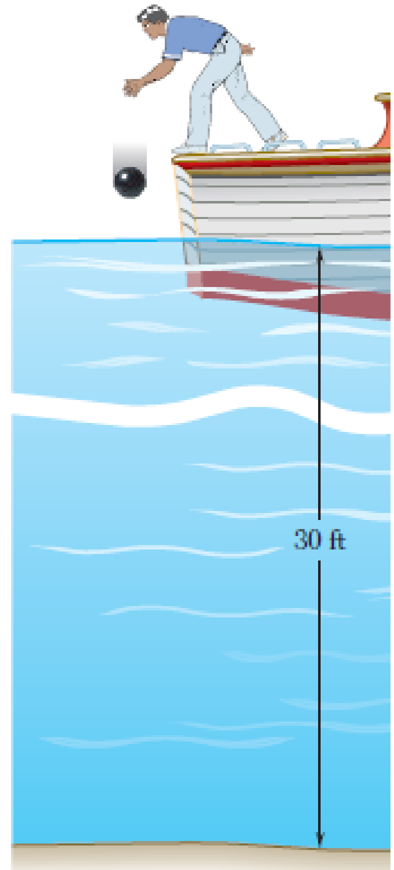


Figura P11.24

11.24 Una bola de boliche se deja caer desde una lancha, de manera que golpea la superficie del lago con una rapidez de 25 ft/s. Si se supone que la bola experimenta una aceleración hacia abajo $a = 10 - 0.9v^2$ cuando está en el agua, determine la velocidad de la bola cuando golpea el fondo del lago.

11.25 La aceleración de una partícula se define mediante la relación $a = 0.4(1 - kv)$, donde k es una constante. Si se sabe que en $t = 0$ la partícula parte desde el reposo con $x = 4$ m, y que cuando $t = 15$ s, $v = 4$ m/s, determine *a*) la constante k, *b*) la posición de la partícula cuando $v = 6$ m/s, *c*) la velocidad máxima de la partícula.

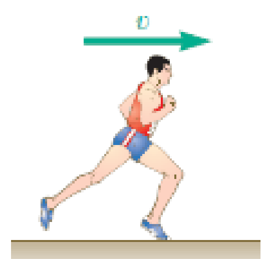


Figura P11.27

11.26 Una partícula se proyecta hacia la derecha desde la posición $x = 0$ con una velocidad inicial de 9 m/s. Si la aceleración de la partícula se define mediante la relación $a = -0.6v^{3/2}$, donde a y v se expresan en m/s^2 y m/s, respectivamente, determine *a*) la distancia que habrá recorrido la partícula cuando su velocidad sea de 4 m/s, *b*) el tiempo cuando $v = 1$ m/s, *c*) el tiempo requerido para que la partícula recorra 6 m.

11.27 Con base en observaciones, la velocidad de un atleta puede aproximarse por medio de la relación $v = 7.5(1 - 0.04x)^{0.3}$, donde v y x se expresan en mi/h y millas, respectivamente. Si se sabe que $x = 0$ cuando $t = 0$, determine *a*) la distancia que ha recorrido el atleta cuando $t = 1$ h, *b*) la aceleración del atleta en ft/s^2 cuando $t = 0$, *c*) el tiempo requerido para que el atleta recorra 6 mi.

11.28 Datos experimentales indican que en una región de la corriente de aire que sale por una rejilla de ventilación, la velocidad del aire emitido está definido por $v = 0.18v_0/x$, donde v y x se expresan en m/s y metros, respectivamente, y v_0 es la velocidad de descarga inicial del aire. Para $v_0 = 3.6$ m/s, determine *a*) la aceleración del aire cuando $x = 2$ m, *b*) el tiempo requerido para que el aire fluya de $x = 1$ a $x = 3$ m.

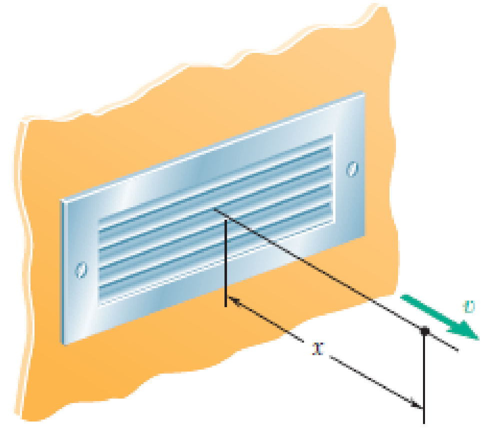


Figura P11.28

Caída libre o movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

La velocidad del móvil no será constante, gracias a la acción de la fuerza de gravedad, de tal manera que irá en aumento en una razón proporcional.

Este cambio de la velocidad es llamado aceleración, pero en este caso como la fuerza de gravedad tiene un valor constante, la aceleración que se imprime en los cuerpos que son atraídos hacia el centro de la tierra, también es constante y para fines prácticos y después de muchos experimentos de determinó que tiene un valor aproximado de 9. 81 m/s^2.

Es difícil describir el concepto de aceleración, por lo que nos limitaremos a mencionarla como la diferencial de velocidad con respecto a la diferencial de tiempo, pero en vista de que la velocidad es una diferencial de posición con respecto a una diferencial de tiempo, entonces la aceleración será una segunda diferencial de la posición con respecto a otra diferencial de tiempo. De aquí que la aceleración incluya en sus unidades el tiempo al cuadrado.

La fórmula matemática que describe la aceleración queda determinada por:

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{d\left[\frac{dx}{dt}\right]}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ ……………………………..ec. 1

De lo anterior de obtiene:

$a = \frac{v_f - v_i}{t}$ ……………………………..……..…ec. 2

Por lo tanto:

$v_f = v_i + at$ ……………………………..…..……..….ec. 3

En el caso de la caída libre como la aceleración de la gravedad es constante se utiliza la letra *g* para representar esta aceleración. Por lo tanto en caída libre la formula queda como sigue:

$$v_f = v_i + gt$$

Si se expresa la aceleración en términos del cambio de velocidad y la diferencial del tiempo se tiene

$a = \frac{dv}{dt}$ ……………………………..…………………ec. 4

Del tema de velocidad lineal se tiene:

$v = \frac{dx}{dt}$ ……………………………………………………..ec. 5

Si despejamos *dt*

$dt = \frac{dx}{v}$ ……………………………..……………………ec. 6

Sustituyendo la ec. 6 en la ec. 4 se obtiene

$a = v\frac{dv}{dx}$ ……………………………………………..……….ec. 7

Resolviendo la ecuación cuatro por medio de integración se obtiene

$v_f{}^2 = v_i{}^2 + 2a(x_f - x_i)$ ……………………..…………….ec. 8

Para caída libre la ecuación queda como sigue:

$$v_f{}^2 = v_i{}^2 + 2g(y_f - y_i)$$

Considerando que v_f se puede expresar como dx/dt

$$\frac{dx}{dt} = v_i + at$$

Resolviendo así la ec. 2 por medio de integración se obtiene

$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$ ………………………………ec. 9

Para caída libre la ecuación queda como sigue:

$$y_f - y_i = v_i t + \frac{1}{2}gt^2$$

Con las ecuaciones 1, 8 y 9 se resuelven muchos problemas que involucran la distancia recorrida mientras se mantiene una aceleración constante, conociendo las velocidades iniciales y finales; también es posible calcular la velocidad final si es conocida la aceleración y el tiempo que se tardó en realizar ese cambio de velocidad, conociendo la velocidad con que inició el móvil. De igual manera es posible calcular la aceleración si se conocen la velocidad inicial y final y el tiempo empleado para ese cambio.

Movimiento de varias partículas

Cuando varias partículas se mueven de manera independiente a lo largo de la misma línea, es posible escribir ecuaciones de movimiento independientes para cada partícula. Siempre que sea factible, el tiempo debe registrarse a partir del mismo instante inicial para todas las partículas, y es necesario medir los desplazamientos desde el mismo origen y en la misma dirección. En otras palabras, deben usarse un solo reloj y una sola cinta métrica.

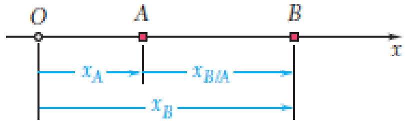


Figura 11.7

Movimiento relativo de dos partículas. Considere dos partículas A y B que se mueven a lo largo de la misma línea recta (figura 11.7). Si las coordenadas de posición x_A y x_B se miden desde el mismo origen, la diferencia $x_B - x_A$ define la *coordenada de posición relativa de B con respecto a A* y se denota por medio de $x_{B/A}$. Se escribe

$$x_{B/A} = x_B - x_A \qquad \text{o} \qquad x_B = x_A + x_{B/A} \tag{11.9}$$

De manera independiente de las posiciones de A y B con respecto al origen, un signo positivo para $x_{B/A}$ significa que B está a la derecha de A, y un signo negativo indica que B se encuentra a la izquierda de A.

La razón de cambio $x_{B/A}$ se conoce como la *velocidad relativa de B con respecto a A* y se denota por medio de $v_{B/A}$. Al diferenciar (11.9), se escribe

$$v_{B/A} = v_B - v_A \qquad \text{o} \qquad v_B = v_A + v_{B/A} \tag{11.10}$$

Un signo positivo de $v_{B/A}$ significa que *a partir de A se observa* que B se mueve en dirección positiva; un signo negativo indica, según se observa, que ésta se mueve en dirección negativa.

La razón de cambio de $v_{B/A}$ se conoce como la *aceleración relativa de B con respecto a A* y se denota mediante $a_{B/A}$. Al diferenciar (11.10), se obtiene†

$$a_{B/A} = a_B - a_A \qquad \text{o} \qquad a_B = a_A + a_{B/A} \tag{11.11}$$

Fotografía 11.2 En esta grúa de embarcadero se utilizan múltiples cables y poleas.

Movimientos dependientes. Algunas veces, la posición de una partícula dependerá de la posición de otra o de varias partículas. En ese caso se dice que los movimientos son *dependientes*. Por ejemplo, la posición del bloque B en la figura 11.8 depende de la posición del bloque A. Puesto que la cuerda $ACDEFG$ es de longitud constante, y puesto que las longitudes de las porciones de cuerda CD y EF alrededor de las poleas permanecen constantes, se concluye que la suma de las longitudes de los segmentos AC, DE y FG es constante. Al observar que la longitud del segmento AC difiere de x_A sólo por una constante y que, de manera similar, las longitudes de los segmentos DE y FG difieren de x_B únicamente por una constante, se escribe

$$x_A + 2x_B = \text{constante}$$

la cual recibe el nombre de ecuación de ligadura.

Puesto que sólo una de las dos coordenadas x_A y x_B pueden elegirse de manera arbitraria, se afirma que el sistema que se presenta en la figura 11.8 tiene *un grado de libertad*. De la relación entre las coordenadas de posición x_A y x_B se deduce que x_A presenta un incremento Δx_A, esto es, si el bloque A desciende una cantidad Δx_A, la coordenada x_B recibirá un incremento $\Delta x_B = -\frac{1}{2}\Delta x_A$. En otras palabras, el bloque B ascenderá la mitad de la misma cantidad; lo anterior puede verificarse con facilidad de modo directo de la figura 11.8.

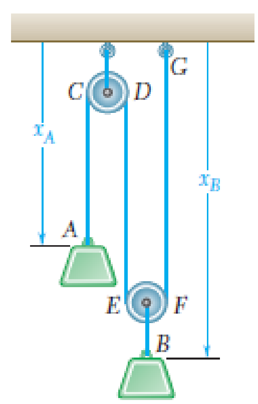


Figura 11.8

†Advierta que el producto de los subíndices A y B/A que se usa en el miembro izquierdo de las ecuaciones (11.9), (11.10) y (11.11) es igual al subíndice B utilizado en el miembro del lado izquierdo.

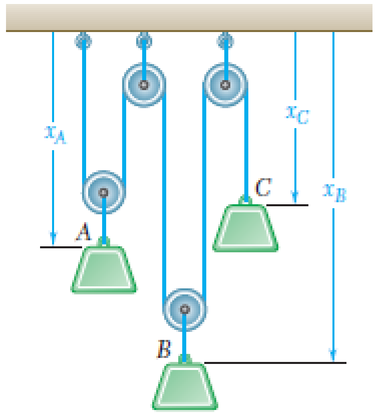


Figura 11.9

En el caso de los tres bloques de la figura 11.9, se puede observar de nuevo que la longitud de la cuerda que pasa por las poleas es constante y, en consecuencia, las coordenadas de posición de los tres bloques deben satisfacer la siguiente relación:

$$2x_A + 2x_B + x_C = \text{constante}$$

Puesto que es posible elegir de manera arbitraria dos de las coordenadas, se afirma que el sistema que se muestra en la figura 11.9 tiene *dos grados de libertad*.

Cuando la relación que existe entre las coordenadas de posición de varias partículas es *lineal*, se cumple una relación similar entre las velocidades y entre las aceleraciones de las partículas. En el caso de los bloques de la figura 11.9, por ejemplo, se diferencia dos veces la ecuación obtenida y se escribe

$$2\frac{dx_A}{dt} + 2\frac{dx_B}{dt} + \frac{dx_C}{dt} = 0 \qquad \text{o} \qquad 2v_A + 2v_B + v_C = 0$$

$$2\frac{dv_A}{dt} + 2\frac{dv_B}{dt} + \frac{dv_C}{dt} = 0 \qquad \text{o} \qquad 2a_A + 2a_B + a_C = 0$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Si un avión aterriza en la pista a 355 km/hr y tarda 27 s en detenerse por completo. Suponiendo que se desacelera de manera constante ¿Cuál es la desaceleración que sufrió?

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

Datos

$v_f = 0\ \frac{m}{s}$

$v_i = 355\ \frac{km}{hr}\left[\frac{1hr}{3600\ s}\right]\left[\frac{1000\ m}{1\ km}\right] = 98.6\ \frac{m}{s}$

$t = 27\ s$

$a = \frac{-98.6\ \frac{m}{s}}{27\ s} = -3.65\ \frac{m}{s^2}$ El signo negativo indica que hubo una desaceleración

2. Una persona viaja en bicicleta a 40 km/hr y de repente observa un tronco de árbol en el camino que lo obliga a detenerse si aplica los frenos con desaceleración constante y si la distancia que existe desde donde comienza a aplicar los frenos hasta el tronco es de 50 m ¿Cuál es la desaceleración que debe aplicar con sus frenos, para no chocar en el tronco?

$$v_i = 40\ \frac{km}{hr}\left[\frac{1\ hr}{3600\ s}\right]\left[\frac{1000\ m}{1\ km}\right] = 11.111\ \frac{m}{s}$$

$$v_f = 0\ \frac{m}{s}$$

$$x_f - x_i = 50\ m$$

Despejando y recordando que la velocidad final es igual a cero.

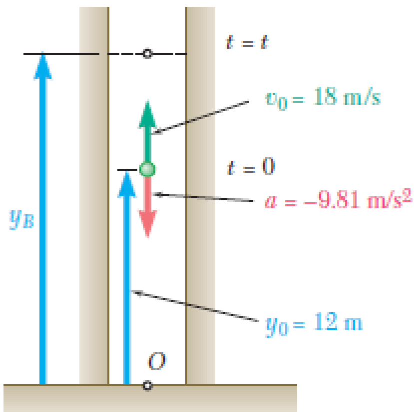
$$v_f{}^2 = v_i{}^2 + 2a(x_f - x_i)$$

$a = \frac{v_i{}^2}{-2(x_f - x_i)}$ $\quad a = \frac{\left(11.111\frac{m}{s}\right)^2}{-2(50\ m)} = -1.23\ \frac{m}{s^2}$ El signo negativo indica que hubo desaceleración.

3.

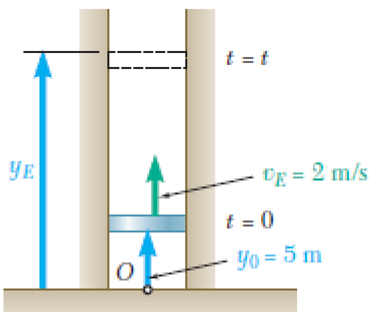
Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba desde una altura de 12 metros en el pozo de un elevador con una velocidad inicial de 18 m/s. En el mismo instante un elevador de plataforma abierta pasa por el nivel de 5 m, moviéndose hacia arriba con una velocidad constante de 2 m/s. Determine *a*) cuándo y dónde golpea al elevador, *b*) la velocidad relativa de la pelota con respecto al elevador cuando ésta lo golpea.

SOLUCIÓN



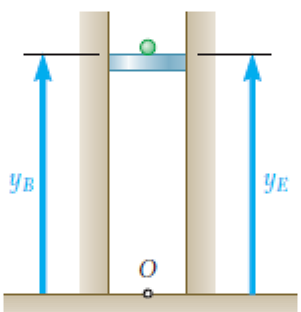
Movimiento de la pelota. Puesto que la pelota tiene una aceleración constante, su movimiento es *uniformemente acelerado.* Al colocar el origen de O del eje y a nivel del suelo, es decir su dirección positiva hacia arriba, encontramos que la posición inicial es $y_0 = +12$ m, la velocidad inicial corresponde a $v_0 = +18$ m/s, y la aceleración equivale a $a = -9.81$ m/s^2. Sustituyendo estos valores en las ecuaciones para movimiento uniformemente acelerado, se escribe

$$v_B = v_0 + at \qquad v_B = 18 - 9.81t \qquad (1)$$
$$y_B = y_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \qquad y_B = 12 + 18t - 4.905t^2 \qquad (2)$$



Movimiento del elevador. Puesto que el elevador tiene una velocidad constante, su movimiento es *uniforme*. Al ubicar el origen O en el nivel del suelo y elegir la dirección positiva hacia arriba, se observa que $y_0 = +5$ m y se escribe

$$v_E = +2 \text{ m/s} \qquad (3)$$
$$y_E = y_0 + v_E t \qquad y_E = 5 + 2t \qquad (4)$$



La pelota golpea el elevador. Se usaron el mismo tiempo t y el mismo origen O al escribir las ecuaciones de movimiento tanto de la pelota como del elevador. Se observa en la figura que cuando la pelota golpea el elevador,

$$y_E = y_B \qquad (5)$$

Al sustituir para y_E y y_B en (2) y (4) en (5), se tiene

$$5 + 2t = 12 + 18t - 4.905t^2$$
$$t = -0.39 \text{ s} \qquad \text{y} \qquad t = 3.65 \text{ s} \blacktriangleleft$$

Sólo la raíz $t = 3.65$ s corresponde a un tiempo después de que se ha iniciado el movimiento. Al sustituir este valor en (4), se obtiene

$$y_E = 5 + 2(3.65) = 12.30 \text{ m}$$
$$\text{Elevación desde el suelo} = 12.30 \text{ m} \blacktriangleleft$$

La velocidad relativa de la pelota con respecto al elevador es

$$v_{B/E} = v_B - v_E = (18 - 9.81t) - 2 = 16 - 9.81t$$

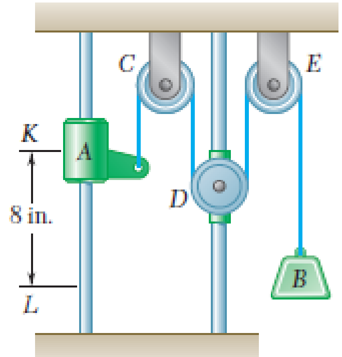
Cuando la pelota golpea al elevador en el tiempo $t = 3.65$ s, se tiene

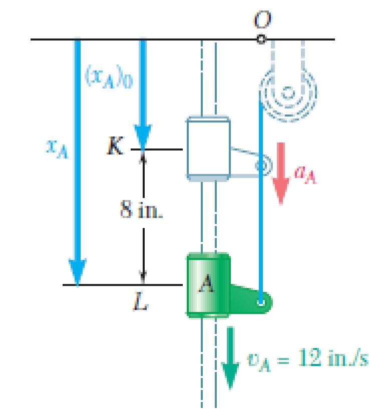
$$v_{B/E} = 16 - 9.81(3.65) \qquad v_{B/E} = -19.81 \text{ m/s} \blacktriangleleft$$

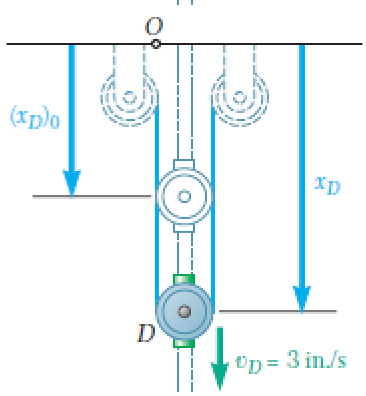
El signo negativo significa que desde el elevador se observa que la pelota se mueve en el sentido negativo (hacia abajo).

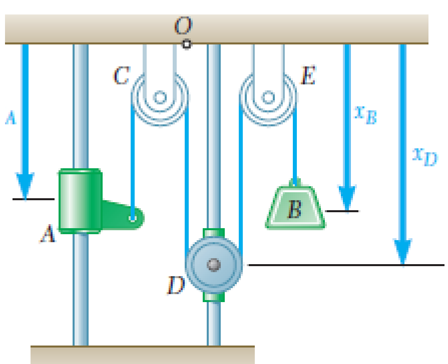
4.

El collarín A y el bloque B están conectados por medio de un cable que pasa por tres poleas C, D y E, como se indica. Las poleas C y E se mantienen fijas, en tanto que B está unida a un collarín que se jala hacia abajo con una velocidad constante de 3 in./s. En $t = 0$, el collarín A empieza a moverse hacia abajo desde la posición K con una aceleración constante y sin velocidad inicial. Si se sabe que la velocidad del collarín A es 12 in./s cuando éste pasa por el punto L, determine el cambio de la elevación, la velocidad y la aceleración del bloque B cuando el collarín A pasa por L.









SOLUCIÓN

Movimiento del collarín A. Se sitúa el origen O en la superficie horizontal superior y se elige la dirección positiva hacia abajo. Se observa que cuando $t = 0$, el collarín A está en la posición K y $(v_A)_0 = 0$. Puesto que $v_A =$ 12 in./s y $x_A - (x_A)_0 = 8$ in., cuando el collarín pasa por L, se escribe

$$v_A^2 = (v_A)_0^2 + 2a_A[x_A - (x_A)_0] \qquad (12)^2 = 0 + 2a_A(8)$$
$$a_A = 9 \text{ in./s}^2$$

El tiempo en el cual el collarín A alcance el punto L se obtiene al escribir

$$v_A = (v_A)_0 + a_A t \qquad 12 = 0 + 9t \qquad t = 1.333 \text{ s}$$

Movimiento de la polea D. Recordando que la dirección positiva es hacia abajo, se escribe

$$a_D = 0 \qquad v_D = 3 \text{ in./s} \qquad x_D = (x_D)_0 + v_D t = (x_D)_0 + 3t$$

Cuando el collarín A llega a L, en $t = 1.333$ s, se tiene

$$x_D = (x_D)_0 + 3(1.333) = (x_D)_0 + 4$$

En consecuencia, $\qquad x_D - (x_D)_0 = 4$ in.

Movimiento del bloque B. Hay que observar que la longitud total del cable $ACDEB$ difiere de la cantidad $(x_A + 2x_D + x_B)$ sólo por una constante. Puesto que la longitud del cable es constante durante el movimiento, esta cantidad también debe permanecer constante. De tal modo, considerando los tiempos $t = 0$ y $t = 1.333$ s, se escribe

$$x_A + 2x_D + x_B = (x_A)_0 + 2(x_D)_0 + (x_B)_0 \qquad (1)$$
$$[x_A - (x_A)_0] + 2[x_D - (x_D)_0] + [x_B - (x_B)_0] = 0 \qquad (2)$$

Sin embargo, se sabe que $x_A - (x_A)_0 = 8$ in. y $x_D - (x_D)_0 = 4$ in.; al sustituir estos valores en (2), se obtiene

$$8 + 2(4) + [x_B - (x_B)_0] = 0 \qquad x_B - (x_B)_0 = -16 \text{ in.}$$

De tal modo: $\qquad$ El cambio en la elevación de B = 16 in.↑ ◀

Al diferenciar (1) dos veces, se obtienen ecuaciones que relacionan las velocidades y las aceleraciones de A, B y D. Al sustituir las velocidades y aceleraciones de A y D en $t = 1.333$ s, se tiene

$$v_A + 2v_D + v_B = 0: \qquad 12 + 2(3) + v_B = 0$$
$$v_B = -18 \text{ in./s} \qquad v_B = 18 \text{ in./s} \uparrow \;◀$$

$$a_A + 2a_D + a_B = 0: \qquad 9 + 2(0) + a_B = 0$$
$$a_B = -9 \text{ in./s}^2 \qquad a_B = 9 \text{ in./s}^2 \uparrow \;◀$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

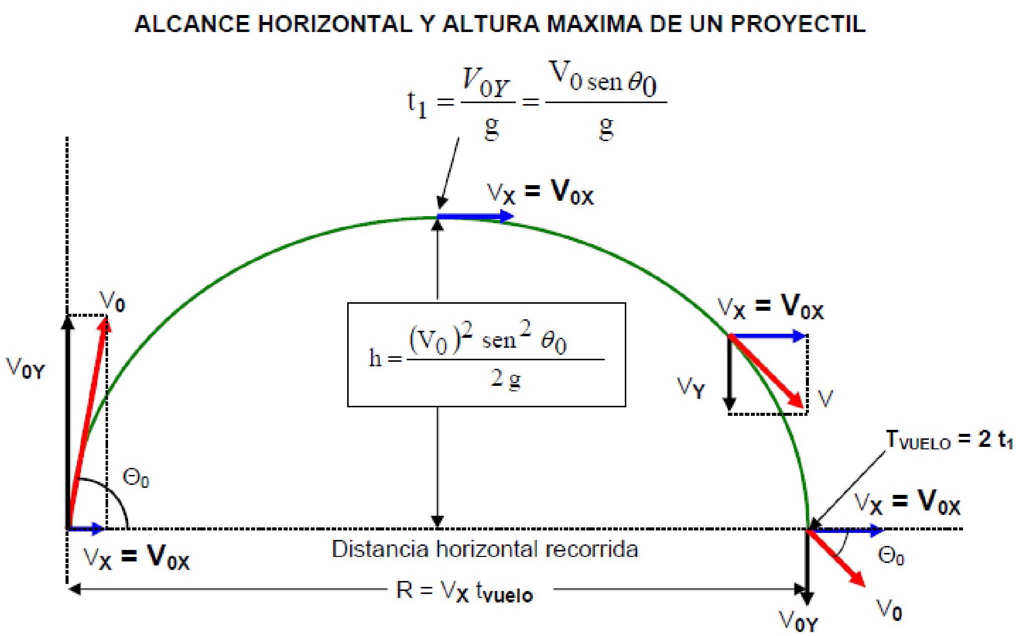
1. A una vagoneta se le prueban la aceleración y los frenos. En la primera prueba de aceleración en la calle, transcurrió un tiempo de 8.2 s para lograr un incremento de velocidad de 10 km/ hr hasta 100 km/hr. En la prueba de frenos la vagoneta recorrió una distancia de 44 m durante el frenado desde 100 km/ hr hasta cero. Si se suponen valores constantes para la aceleración y la desaceleración, determine a) la aceleración durante la primera prueba en la calle b) la desaceleración durante la prueba de frenos.

2. Al lado de autopistas montañosas se construyen rampas de seguridad para permitir que vehículos con frenos defectuosos frenen de manera segura. Un tractocamión entra a una rampa de 750 ft a una alta velocidad v_0 y recorre 540 ft en 6 s con desaceleración constante antes de que su rapidez se reduzca a $v_0/2$. Suponiendo la misma desaceleración constante determine a) el tiempo adicional requerido para que el tracto camión se detenga, b) la distancia adicional recorrida por el tracto camión.

3. Un grupo de estudiantes lanza un cohete a escala en dirección vertical. Con base en los datos registrados, determinan que la altitud del cohete fue de 27.5 m en la parte final del vuelo, cuando aun tenia impulso, y que aterriza 16 s después. Si el paracaídas de descenso no pudo abrir y el cohete descendió en caída libre hasta el suelo después de alcanzar la altura máxima, y suponiendo que $g = 9.81\ m/s^2$, determine a) la velocidad v_1 del cohete al final del vuelo cuando aun tenía impulso, b) la altura máxima alcanzada

4. En una exhibición de fuegos artificiales se lanzan dos cohetes. El cohete A se lanza con velocidad inicial v_0 y el cohete B, 4s después con la misma velocidad inicial. Los dos cohetes están programados para explotar de manera simultánea a una altura de 240 ft. Cuando A desciende y B asciende. Considerando una aceleración constante $g = 32.2\ ft/s^2$, determine a) la velocidad inicial v_0, b) la velocidad de B en relación con A al momento de la explosión.

Tiro parabólico



Cuando el objeto se lanza formando un ángulo con respecto a la horizontal, la velocidad inicial se puede descomponer para fines de estudio, en una componente horizontal y una componente vertical, de manera que este movimiento es llamado ***tiro parabólico.*** En vista de que la gravedad actúa en dirección hacia el centro de la tierra, solo la componente vertical se afectará por la gravedad y la componente horizontal no. Por lo anterior la componente horizontal se estudia con la fórmula del ***movimiento rectilíneo uniforme*** y la componente vertical se estudiará con las formulas del ***movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.***

Se recomienda que las componentes se representen en diagrama de cuerpo libre tomando como referencia el plano cartesiano de manera que ***x*** represente la horizontal y ***y*** la vertical. Para lo cual las formulas quedan representadas de la siguiente manera:

$v_{ox} = \frac{dx}{dt}$

Para la componente de la velocidad inicial en *x.*

Hay que recordar que si esta componente se comporta bajo las leyes del movimiento rectilíneo uniformo durante todo el movimiento entonces $v_{ox} = v_x$

Para la componente vertical se tienen que utilizar las formulas del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, por lo que las formulas quedan expresadas de la siguiente manera:

$$v_{fy} = v_{iy} + gt$$
$$y_f - y_i = v_{iy}t + \frac{1}{2}gt^2$$
$${v_{fy}}^2 = {v_{iy}}^2 + 2g(y_f - y_i)$$

Donde y_f = Posición inicial de la partícula

y_i = Posición final de la partícula
v_f = Velocidad final de la partícula
v_i = Velocidad inicial de la partícula

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Un proyectil se lanza con una velocidad inicial de 800 ft/s a un blanco ubicado a 200 ft por arriba del cañón A y a una distancia horizontal de 12,000 ft. Si se ignora la resistencia del aire, determine el valor del ángulo de disparo.

Datos:

v_0 = 800 ft/s

(x_f – x_i) = x = 12,000 ft

x = es la distancia total recorrida en la horizontal.

y_i = 0 ft

y_f = 2000 ft

a = g = - 32.2 ft/s

Para la componente horizontal

$(v_x)_0 = 800 \cos \propto$

Al utilizar la ec. del movimiento rectilíneo

$v = \frac{x}{t}$

$x = (v_x)_0\, t \qquad x = (800\, cos \propto)t$

Como x = 12,000

$$12000 = (800 \cos \propto)\, t$$

Despejando t $$t = \frac{12{,}000}{(800 \cos \propto)t} = \frac{15}{\cos \propto} \quad .... (1)$$

Para la componente vertical

$$\left(v_y\right)_0 = 800\, sen\, \propto$$

Al sustituir en la ec. del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

$$y = \left(v_y\right)_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \qquad\qquad y = (800\, sen\, \propto)t - 16.1\, t^2 \; .... (2)$$

Si el proyectil da en el blanco cuando x = 12,000 y y = 2,000 para un tiempo t = 15/cos α

Entonces sustituyendo estos valores en la ecuación 2 se tiene

$$2{,}000 = (800\, sen\, \propto)\frac{15}{\cos \propto} - 16.1 \left(\frac{15}{\cos \propto}\right)^2$$

Como $\frac{1}{cos^2 \propto} = sec^2 \propto = 1 + tan^2 \propto$ y además $\frac{sen \propto}{\cos \propto} = \tan \propto$ se simplifica la ecuación a:

$$2000 = 800\,(15) \tan \propto - 16.1\,(15^2)(1 + \tan^2 \propto)$$

$$3{,}622\, tan^2 \propto - 12{,}000 \tan \propto + 5{,}622 = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática para tan α se tiene que

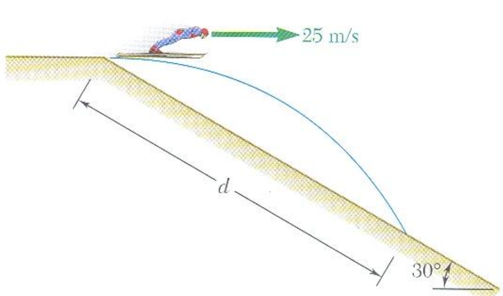
$$\tan \propto = 0.565 \;\; y \;\; \tan \propto = 2.75$$

$$\propto = 29.5^0 \; y \;\; \propto = 70^0$$

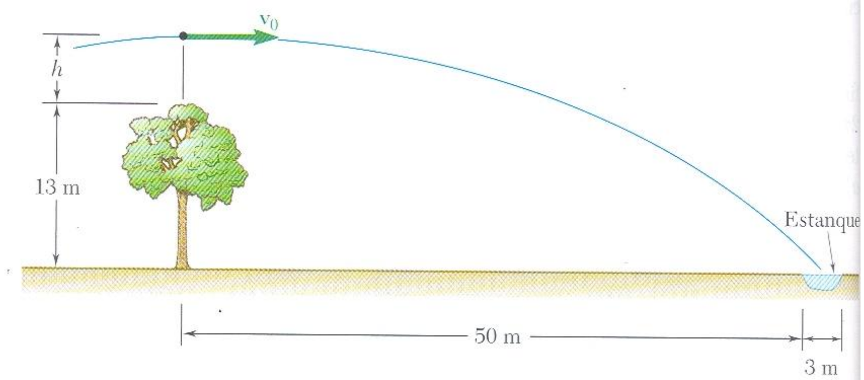
Lo anterior indica que el proyectil se puede disparar desde cualquiera de los dos ángulos y se asegura que dará en el blanco

EJERCICIOS PROPUESTOS

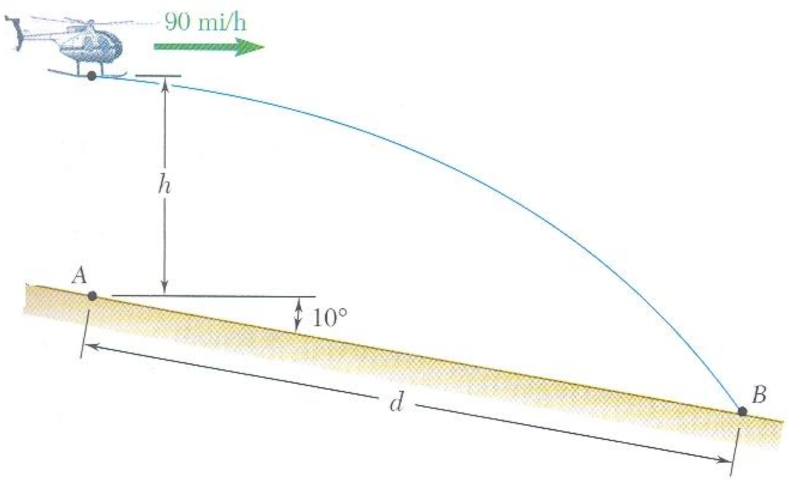
1. Un saltador de esquí inicio su salto con una velocidad de despegue de 25 m/s y aterriza sobre una pendiente recta de 30° de inclinación. Determine a) el tiempo transcurrido entre el despegue y el aterrizaje, b) la longitud *d* del salto, c) la máxima distancia vertical que hay entre el esquiador y la pendiente sobre la que aterriza.



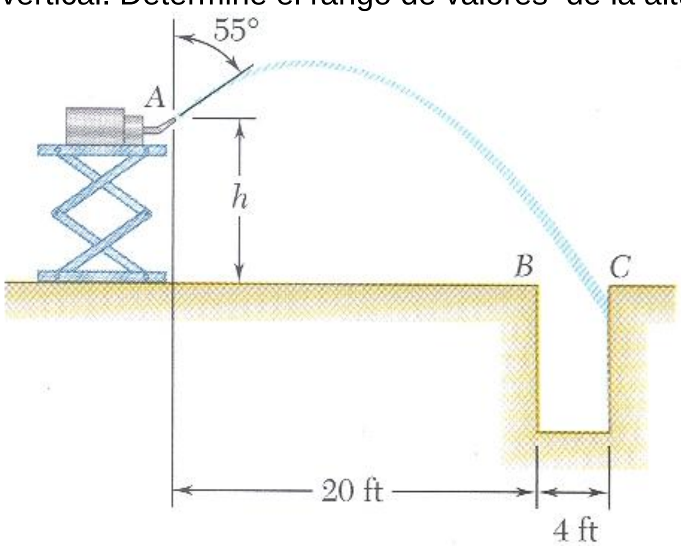
2. Un jugador de golf dirige su tiro para que pase por encima de un árbol a una distancia h en el punto máximo de la trayectoria y evitar que la pelota caiga en el estanque del lado opuesto. Si la magnitud de v_0 es de 30 m/s, determine el rango de valores de h que debe evitarse.



3. Un helicóptero vuela con una velocidad horizontal constante de 90 mi/hr y está directamente por encima del punto A cuando una pieza suelta comienza a caer. La pieza toca tierra 6.5 s después, en el punto B, sobre una superficie inclinada. Determine a) la distancia d entre los puntos A y B, b) la altura inicial h.



4. Una bomba está cerca del borde de la plataforma horizontal que muestra la figura. La boquilla colocada en A descarga agua con una velocidad inicial de 25 ft/ s formando un ángulo de 55° con la vertical. Determine el rango de valores de la altura h para los cuales el agua entra en la abertura BC



Movimiento con velocidad constante

Para definir el movimiento es importante recordar que cada vez que la partícula regresa a su posición de inicio se dice que se ha completado una vuelta completa. Por lo tanto:

$1\, rev = 2\pi Rad \; = 360°$

La velocidad angular se define como los ángulos que recorre la partícula en un tiempo determinado

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

Dónde:

ω = velocidad angular (rad/s)

dΘ = diferencial del ángulo (Angulo recorrido por la partícula) (rad)

dt = diferencial de tiempo (tiempo empleado para recorrer el ángulo) se expresa en segundos (s)

El segundo movimiento que se puede predecir de una partícula con movimiento circular es la velocidad lineal, la cual depende del radio de giro de la partícula y de la velocidad angular, quedando la fórmula de la siguiente manera.

$$v = \omega \; x \; r$$

Donde v = Velocidad lineal en m/s

ω = Velocidad angular de la partícula en Rad/s

r = radio del eje fijo en m

Pero la velocidad angular se puede expresar como

$$\omega = \omega k$$

De lo anterior ω es la velocidad angular y k representa el vector unitario sobre el cual se dirige esta velocidad.

Al diferencial la velocidad angular se obtiene la aceleración angular

$$\propto = \alpha k \; = \dot{\omega} k \; = \ddot{\theta} k$$

$\dot{\omega} = La\ derivada\ \ de\ la\ velocidad\ angular$

Si la velocidad angular no es constante entonces se dice que existe una aceleración angular que se obtiene de igual manera como se obtiene la aceleración en el movimiento rectilíneo.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\,(\omega \; x \; r)$$
$$a = \frac{d\omega}{dt} x \; r + \; \omega \; x \; \frac{dr}{dt}$$

$$a = \frac{d\omega}{dt} x\, r + \omega\, x\, v$$

Donde $\frac{d\omega}{dt}$ se denota mediante α y se denomina ***aceleración angular*** del cuerpo, de manera que al sustituir en la formula anterior y expresar la velocidad lineal en términos de la aceleración angular se tiene:

$$a = \propto x\, r + \omega\, x\, (\omega\, x\, r)$$

Sustituyendo $\alpha = \propto k$ y $\omega = \omega k$ en la ecuación anterior se obtiene

$$a = \propto k\ \ x\, r - \omega^2 r$$

Otra manera sencilla de expresar la aceleración angular es

$$\propto = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$
$$\propto = \omega \frac{d\omega}{d\theta}$$

Al revolver las dos últimas formulas anteriores y la formula de velocidad angular, mientras α sea constante se tiene

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$$
$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \propto t^2$$
$${\omega_f}^2 = {\omega_0}^2 + 2\alpha\theta$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Un volante ejecuta 1800 revoluciones mientras gira hacia el reposo desde una velocidad de 6000 rpm. Suponiendo un movimiento uniformemente acelerado, determine el tiempo requerido para que el volante a) llegue al reposo b) ejecute las primeras 900 rpm.

Datos

$\theta = 1800\, rev = 3600\pi\ Rad$

$\omega_0 = 6000\, rev/\min = 200\pi\ \frac{rad}{s}$

$\omega = 0$

$\theta = 900\, rev\ = 1800\pi\ Rad$ Para el inciso b)

Se tiene que $\omega_f = \omega_0 + \alpha t$ Despejando α para resolver el inciso a)

$\alpha = -\frac{\omega_0}{t}$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \propto t^2$

$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\left(-\frac{\omega_0}{t}\right) t^2$

y despejando t se obtiene $t = \frac{2\theta}{\omega_0}$

Sustituyendo los valores

$$t = \frac{2(3600\pi\ \ Rad)}{200\pi\ \ Rad/s}$$

$$t = 36\ s$$

Para el inciso b) se deberá calcular primero la aceleración angular de la fórmula que ya tenemos despejada

$\alpha = -\frac{\omega_0}{t}$ Sustituyendo los valores con t =36 s se obtiene

$$\alpha = -\frac{\left(200\pi\ {Rad}/{s}\right)}{36\ s} = -17.45\ {Rad}/{s^2}$$

De la formula $\omega_f{}^2 = \omega_0{}^2 + 2\alpha\theta$ se sustituyen valores recordando que Ө es la distancia angular recorrida hasta las 900 rev.

$$\omega_f = \sqrt{(200\pi\ rad)^2 + 2\left(-17.45\ {rad}/{s}\right)(1800\pi\ rad)}$$

$$\omega_f = 444.330\ Rad/s$$

Sustituyendo en $\omega_f = \omega_0 + \alpha t$ se obtiene

$$t = \frac{\omega_f - \omega_0}{\alpha} \qquad t = \frac{444.33\frac{rad}{s} - 200\pi\ Rad/s}{-17.45\ rad/s^2} = 10.54\ s$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Cuando se pone en operación, un motor alcanza su velocidad nominal de 2400 rpm en 4 s y, al desactivarse, tarda 40 s para llegar al reposo. Si el movimiento es uniformemente acelerado, determine el número de revoluciones que ejecuta el motor a) al alcanzar la velocidad nominal b) al detenerse.

2. La banda mostrada se mueve sin deslizamiento sobre dos poleas. En el instante indicado, las poleas giran en el sentido de las manecillas del reloj y la velocidad del punto B sobre la banda es de 12 ft/s, aumentando a razón de 96 ft/s. Determine, para ese instante, a) la velocidad angular y la aceleración angular de cada polea, b) la aceleración del punto P sobre la polea C.

PRINCIPIO DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA PARA CUERPOS RÍGIDOS

Conceptos básicos de trabajo, energía y potencia

TRABAJO

"Producto de la fuerza por el camino que recorre su punto de aplicación y por el coseno del ángulo que forma la una con el otro".

El trabajo es la cantidad de fuerza que se necesita para desplazar una cierta distancia una partícula.

Imaginemos un pícher de beisbol;

Si lanza la pelota con poca fuerza, la pelota no llegará al bateador. ¿Existe trabajo? Claro que si, el que la pelota no llegara a su objetivo no quiere decir que no se haya realizado un trabajo.

Si lanza la pelota con una fuerza tal que dicha llegue hasta el bateador, ¿Cómo es el trabajo respecto al caso anterior? Mayor, como en el caso anterior, si existe trabajo pero éste es mayor.

El brazo del lanzador es el responsable de ejercer la fuerza a la partícula (pelota) y la distancia recorrida por la pelota es la que se multiplica por la fuerza para obtener el trabajo.

ENERGIA

"Capacidad para realizar un trabajo".

Imaginemos al mismo pícher de beisbol;

Si la semana previa al juego de beisbol, el lanzador no come bien, se desvela todos los días, se va de fiesta, etc. ¿tendrá energía para hacer lanzamientos efectivos? Claro que no, el lanzador no tendrá la **energía** suficiente para realizar el trabajo (para lanzar pelotas).

Ahora imaginemos que el lanzador como bien, duerme muy bien, práctica todos los días, ¿tendrá la energía para lanzar de forma eficaz? Si, el lanzador tendrá la **energía** necesaria para realizar su trabajo.

Energía cinética: es la energía que tiene un cuerpo en virtud de su movimiento.

Energía potencial: es la energía que tiene un sistema en virtud de su posición o condición.

POTENCIA

"Cantidad de energía producida o consumida por unidad de tiempo".

Ya vimos que la energía es la capacidad de una persona, máquina o mecanismo para realizar un trabajo. El trabajo que realiza la máquina, persona o mecanismo es el producto de la fuerza que realizan para desplazar una partícula.

Ahora, si una máquina realiza un trabajo durante un determinado tiempo se dice que está consumiendo una potencia mecánica (puede ser eléctrica).

Determinar la relación de un trabajo y el cambio correspondiente en energía cinética y potencial

La energía cinética es la capacidad de realizar trabajo como resultado del movimiento de un cuerpo.

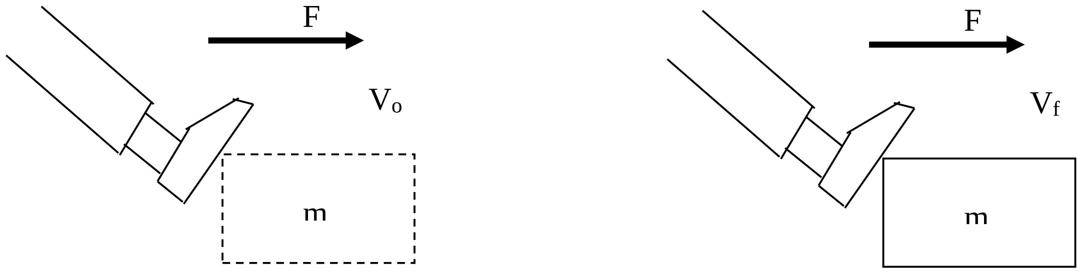
Considere una fuerza constante F que actúa sobre un bloque, como se indica en la figura.

Considere que el bloque tiene una velocidad inicial v_o y que la fuerza F actúa a través de la distancia s, haciendo que la velocidad aumente hasta un valor final v_f. Si el cuerpo tiene una masa m, la segunda ley de Newton nos dice que genera velocidad, o aceleración, en una proporción dada por:

$$a = \frac{F}{m}$$

Hasta que alcance la velocidad final v_f:

$$a = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2s}$$



Sustituyendo las ecuaciones tenemos:

$$Fs = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

La cantidad de lado izquierdo de la ecuación representa el trabajo realizado sobre la masa m. La cantidad de lado derecho debe ser el cambio registrado en la energía cinética como resultado de este trabajo. Por lo tanto, podemos definir la energía cinética E_c como:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

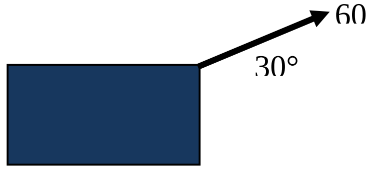
La energía que posee el sistema en virtud de sus posiciones o condiciones se llama energía potencial. Como la energía se expresa a sí misma en forma de trabajo, la energía potencial implica que debe haber un potencial para realizar trabajo. Por ejemplo, supongamos que un martinete se utiliza para levantar un cuerpo cuyo cuerpo es W hasta una altura h por arriba del pilote colocado sobre el suelo. Decimos que el sistema Tierra-cuerpo tiene una energía potencial gravitacional. Cuando dicho cuerpo se deja caer, realizará un trabajo al golpear el pilote. Si es lo bastante pesado y cae desde una altura suficientemente grande, el trabajo realizado provocará que el pilote recorra una distancia s.

La fuerza externa necesaria para elevar el cuerpo debe ser por lo menos igual al peso W. Entonces, el trabajo realizado por el sistema está dado por:

$$Trabajo = E_p = Wh = mgh$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. ¿Qué trabajo realiza una fuerza de 60 N al arrastrar un bloque a través de una distancia de 50 m, cuando la fuerza es transmitida por medio de una cuerda que forma un ángulo de 30° con la horizontal?



Obsérvese que la fuerza no corresponde al eje del desplazamiento (hacia la derecha). Por lo tanto debemos obtener la parte de la fuerza que desplaza al objeto hacia la derecha.

$F_x = F * \cos \emptyset = 60 * \cos 30 = 52\ N$

Aplicando la fórmula de trabajo, tenemos:

$$Trabajo = F * s = (52N)(50m) = 2600\ N.m$$

2. Una persona arrastra un carrito 24 m en un piso sin fricción, tirando de una cuerda que forma un ángulo de 60° con el piso. La tensión de la cuerda es de 8 N. ¿Cuál es el trabajo realizado?

$$Trabajo = F * s = (8 \cos 60) * 24 = 96\ N.m$$

3. Calcule la energía cinética de un mazo de 4 kg en el instante en que su velocidad es de 24 m/s.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(4)(24)^2 = 1152\ joules$$

4. Calcule la energía cinética de un automóvil de 3200 lb que viaja a 60 mi/h (88 ft/s)

Ahora expresan el peso W del automóvil, por lo que se debe determinar la masa por la segunda ley de newton.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{W}{g}\right)v^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{3200}{32}\right)(88^2) = 3.87\ x\ 10^5\ ft.lb$$

5. Un carburador se 250 g se mantiene a 200 mm sobre el banco de trabajo que está a 1 m del suelo. Calcule la energía potencial con respecto a: a) la parte superior del banco y b) el piso.

La energía potencia en relación con el banco es:

$$E_p = mgh = (0.25\ kg)\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(0.2\ m) = 0.49\ joules$$

La energía potencial con respecto al piso depende de los diferentes valores de h, tenemos:

$$E_p = mgh = (0.25\ kg)\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(1.2\ m) = 2.94\ joules$$

6. Una unidad comercial de aire acondicionado de 800 lb es elevada por medio de un montacargas a 22 ft sobre el piso. ¿Cuál es la energía potencial con respecto al piso?

$$E_p = mgh = Wh = (800lb)(22ft) = 17600\ ft.lb$$

7. Una carga de 40 kg se eleva hasta una altura de 25 m. Si la operación requiere 1 min, encuentre la potencia necesaria (en Watts y HP).

Calculando el trabajo realizado al levantar la carga, tenemos:

$$Trabajo = F * s = mgh = (40kg)\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(25m) = 9800\ joules$$

Calculando la potencia, tenemos:

$$Potencia = \frac{trabajo}{t} = \frac{9800\ joules}{60\ s} = 163\ watts$$

Se sabe que 1 HP = 746 Watts, tenemos:

$$Potencia = 163\, W * \frac{1\, HP}{746\, W} = 0.219\, HP$$

8. Un motor de 60 hp acciona el ascensor de un hotel. Si el peso del ascensor es de 2000 lb, ¿Cuánto tiempo se requiere para que el ascensor suba 120 ft?

Determinando el trabajo que demanda la operación, tenemos:

$$Trabajo = Fs = (2000lb)(120ft) = 2.4\, x\, 10^5\, ft.lb$$

Se sabe que 1 hp = 550 ft.lb/s, tenemos:

$$P = 60hp * \frac{550\, ft.lb/s}{1hp} = 3.3\, x\, 10^4\, ft.lb/s$$

Sustituyendo el tiempo, de la ecuación de potencia, tenemos:

$$t = \frac{trabajo}{potencia} = \frac{2.4\, x\, 10^5 ft.lb}{3.3\, x\, 10^4 ft.lb/s} = 7.27\, s$$

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS.

1. ¿Cuál es el trabajo realizado por una fuerza de 20 N que actúa a través de una distancia de 8 m? ¿qué fuerza realizaría el mismo trabajo en una distancia de 4m?

2. Un trabajador levanta un peso de 40 lb hasta una altura de 10 ft. ¿A cuántos metros se puede levantar un bloque de 10 kg con la misma cantidad de trabajo?

3. Un remolcador ejerce una fuerza constante de 4000 N sobre un barco, cuando lo desplaza a una distancia de 15 m. ¿Cuál es el trabajo realizado?

4. ¿Cuál es la energía cinética de una bala de 6 g en el instante en que su velocidad es de 190 m/s? ¿Cuál es la energía cinética de un automóvil de 1200 kg que transita a 80 km/h?

5. Un ladrillo de 1.2 kg está suspendido a 2 m de distancia por encima de un pozo de inspección. El fondo del pozo esta 3 m por debajo del novel de la calle. En relación con la calle, ¿cuál es la energía potencial del ladrillo en cada uno de esos lugares?

6. La correa transportadora de una estación automática levanta 500 Toneladas de mineral hasta una altura de 90 ft en 1 h. ¿Qué potencia promedio se requiere para esto, en hp?

7. Una masa de 40 kg se eleva hasta una distancia de 20 m en un lapso de 3 s. ¿qué potencia promedio se ha utilizado?

BIBLIOGRAFIA

Mecánica Vectorial para Ingenieros, tomo Estática
México D.F.
Mc Graw Hill
Ferdinand P. Beer

Mecánica para ingenieros: Dinámica
Washington
Reverté, S.A.
J. L. Meriam y L. G. Kraige